

Bronisław Maciąg
Jan Maciąg

ETER
I TRANSFORMACJA
GALILEUSZA

Tarnobrzeg 2016

Praca p.t. "ETER I TRANSFORMACJA GALILEUSZA" została opublikowana w roku 2009 przez Krakowską Oficynę Naukową 'Tekst'. Autorzy poprawili i uzupełnili ją. Niniejsza praca zawiera wymienione powyżej zmiany.

Wszelkie prawa zastrzeżone. Rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej pracy w jakiegokolwiek postaci jest zabronione, bez zgody autorów.

Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie pracy na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym, powoduje naruszenie praw autorskich tej pracy.

Tarnobrzeg, Polska
Październik 2016

SPIS TREŚCI

Wstęp.....	5
ROZDZIAŁ I: MODEL MATEMATYCZNY.....	7
I.1 INTERFEROMETR ALBERTA MICHELSONA.....	7
I.1.1 Założenia i układy współrzędnych.....	7
I.1.2 Promienie światła w półprzezroczystej płytce.....	10
I.1.3 Równania linii w układzie OXY.....	10
I.1.4 Współrzędne punktów A_1, \dots, A_5 oraz długości odcinków a_1, \dots, a_5 w układzie OXY.....	11
I.1.5 Współrzędne punktów B_1, \dots, B_5 oraz długości odcinków b_1, \dots, b_5 w układzie OXY.....	15
TRANSFORMACJA GALILEUSZA.....	19
I.1.6 Współrzędne punktów A_1, \dots, A_5 w układzie O'EQ	19
I.1.7 Współrzędne punktów B_1, \dots, B_5 w układzie O'EQ.....	20
I.1.8 Długości odcinków przebytej drogi promienia światła wychodzącego ze szczeliny S_o , pod kątem α , w układzie O'EQ.....	21
I.1.9 Długości odcinków przebytej drogi promienia światła wychodzącego ze szczeliny S_o , pod kątem β , w układzie O'EQ.....	21
I.1.10 Względna różnica dróg promieni światła dobiegających do jednego punktu ekranu M.....	21
I.1.11 Różnica faz promieni światła dobiegających do jednego punktu ekranu M.....	22
I.1.12 Wartości przesunięć prążków interferencyjnych.....	23
I.1.13 Wartości przesunięć prążków interferencyjnych po zmianie odległości zwierciadła od szczeliny S_o	27
I.2 Dlaczego w doświadczeniach Michelsona nie zaobserwowano przesunięć prążków interferencyjnych?.....	29
I.3 Dlaczego obliczona przez Alberta Michelsona „wartość przesunięcia prążków interferencyjnych” nie została potwierdzona w czasie doświadczeń?.....	29
I.4 Prędkość środka Ziemi i Słońca względem eteru.....	30
I.5 Prędkość środka naszej Galaktyki względem eteru.....	32
ROZDZIAŁ II: PRĘDKOŚĆ INTERFEROMETRU.....	33
II.1 Prędkość obwodowa \vec{V}_r punktu $U(\varphi, \lambda)$ powierzchni Ziemi.....	34
II.2 Prędkość środka Ziemi \vec{V}_{zs} wokół Słońca.....	35
II.2.1 Wyznaczanie kąta Ψ	36
II.2.2 Wyznaczanie kąta ν	36
II.2.3 Azymut i wysokość prędkości środka Ziemi \vec{V}_{zs}	38
II.2.4 Szybkość V_{zs} środka Ziemi wokół Słońca.....	40
II.3 Prędkości środka Słońca $\vec{V}_{se}, \vec{V}_{sel} = -\vec{V}_{se}$ względem eteru.....	41
II.3.1 Azymut i wysokość prędkości \vec{V}_{se}	42
II.3.2 Azymut i wysokość prędkości \vec{V}_{sel}	43

II.4	Suma prędkości w układzie horyzontalnym.....	43
II.4.1	Prędkość $\vec{V}_o = \vec{V}_{o1}$	44
II.4.2	Prędkość $\vec{V}_o = \vec{V}_{o2}$	45
II.5	Przykład.....	46
ROZDZIAŁ III:		
	DRUGIE PRAWO RUCHU NEWTONA.....	48
III.1	Uwzględnienie zmiennej masy cząstki w drugim prawie ruchu Newtona.....	49
III.1.1	Prędkość cząstki.....	52
III.1.2	Energia cząstki.....	53
III.1.3	Masa spoczynkowa cząstki względem eteru.....	55
III.1.4	Prawa mechaniki.....	55
III.1.5	Wyznaczanie siły \vec{F}_1	56
III.2	Czasy mierzone przez zegary atomowe.....	61
III.3	Rozpady cząstek.....	62
III.4	Określenie doby gwiazdowej przy użyciu zegarów atomowych.....	63
III.5	Wyznaczanie prędkości absolutnej Ziemi i Słońca przy użyciu zegarów atomowych	65
III.5.1	Obliczanie prędkości absolutnej Ziemi i Słońca (Przykład).....	73
ROZDZIAŁ IV:		
	PROGRAMY.....	74
IV.1	PROGRAM abIM.....	74
IV.2	PROGRAM IntM.....	78
IV.3	PROGRAM abIn.....	80
IV.4	PROGRAM Vo1Vo2.....	83
IV.5	PROGRAM VzeVse.....	86
	STWIERDZENIA I WNIOSKI.....	87
	UZUPEŁNIENIE.....	88
U.I	Prędkości środków Ziemi i Słońca względem eteru.....	88
U.II	Czas trwania zimy astronomicznej	89
U.III	Wyznaczanie wysokości i azymutu prędkości środka Ziemi	91
U.IV	Szybkość Ziemi i światła względem eteru.....	95
U.V	Wartości przesunięć prążków interferencyjnych.....	96
U.VI	Jednostki miar	97
U.VII	Ruch peryhelium Merkurego.....	98
U.VIII	Stała Plancka ?	99
U.IX	Eter.....	103
U.X	Interferometr do wykazania ruchu Ziemi względem eteru.....	104
	OZNACZENIA	110
	SPIS LITERATURY.....	113

WSTĘP

W dziewiętnastym wieku fizycy byli przekonani, że istnieje ośrodek, nazwany **eterem**⁽¹⁾, względem którego porusza się światło i wszystkie ciała.

James Clerk Maxwell uważał, że istnieje możliwość wyznaczenia szybkości Ziemi względem **eteru** przy pomocy światła, bowiem z jego równań wynika zależność szybkości światła w układzie inercyjnym, od prędkości tego układu względem **eteru**, gdy stosuje się transformację Galileusza.

Albert A. Michelson, po zapoznaniu się z rozważaniami J.C. Maxwella, doszedł do wniosku, że można wykonać z wystarczającą dokładnością doświadczenie, aby zbadać ruch Ziemi względem **eteru**, a tym samym sprawdzić stosowność transformacji Galileusza, do ruchu światła. Zaprojektował interferometr, wykonał obliczenia i otrzymał zależność „przesunięcia prążków interferencyjnych” od szybkości interferometru względem **eteru**. Po przyjęciu szybkości interferometru względem **eteru**, równej szybkości orbitalnej Ziemi (około 30 km/s), otrzymał określoną wartość „przesunięcia prążków (około 0,04 prążka)”. Spodziewał się, że podczas doświadczenia, obserwowane przesunięcie prążków, nie będzie mniejsze od obliczonego przesunięcia.

W doświadczeniu wykonanym w 1881 roku, już po śmierci J.C. Maxwella, nie zaobserwował jednak przesunięć prążków. W roku 1887, Albert Michelson z Edwardem Morley’em, powtarzali te doświadczenia z ulepszonym interferometrem. Wyniki doświadczeń były takie same jak w 1881 roku – nie widzieli przesunięć prążków interferencyjnych.

Obliczenia, które wykonał Albert Michelson, nie budziły wątpliwości u fizyków, natomiast niezaobserwowanie przesunięć prążków w doświadczeniach Michelsona – Morleya, osłabiało ich wiarę w istnienie **eteru**.

Ostatecznie odrzucono koncepcję istnienia **eteru**, a transformację Galileusza zastąpiono transformacją Hendrika A. Lorentza, po przedstawieniu przez Alberta Einsteina, w 1905 roku, szczególnej teorii względności.

Teoria względności Einsteina oparta jest na postulatach:

- * Nie istnieje wyróżniony układ inercyjny (nie istnieje **eter**).
- * Szybkość światła w próżni, jest jednakowa we wszystkich układach inercyjnych.

Transformację Galileusza stosuje się, gdy szybkości ciał, w układach inercyjnych, są małe w porównaniu z szybkością światła.

Autorzy w tej pracy stworzyli model matematyczny interferometru Alberta Michelsona, aby wyjaśnić dlaczego nie zaobserwowano przesunięć prążków interferencyjnych w tym urządzeniu podczas doświadczeń Michelsona. Model ten powstał przy założeniu istnienia eteru i zastosowaniu transformacji Galileusza.

Na podstawie wyników doświadczeń Michelsona oraz wartości przesunięć prążków interferencyjnych w modelu matematycznym, przy różnych kątach ustawienia interferometru i różnych jego szybkościach względem eteru, określona została szybkość interferometru na powierzchni Ziemi, względem eteru. Znając szybkość interferometru na powierzchni Ziemi, względem eteru, szybkość Słońca wokół środka naszej Galaktyki, i uwzględniając aberrację światła gwiazd, określone zostały szybkości absolutne środków: Ziemi, Słońca oraz naszej Galaktyki.

(1) W tej pracy ‘**eter**’ (litery pogrubione) jest określany przez fizyków w XIX wieku, natomiast ‘eter’ według rozumowań autorów, opisany jest na stronie 103.

W tej pracy autorzy odpowiadają na pytania:

- * Dlaczego nie zaobserwowano przesunięć prążków interferencyjnych w doświadczeniach Michelsona?
- * Dlaczego obliczona przez Alberta Michelsona „wartość przesunięcia prążków interferencyjnych”, nie została potwierdzona podczas doświadczeń?

W celu przeprowadzania doświadczeń z cząstkami (na przykład w akceleratorach liniowych), wyznaczone zostały współrzędne prędkości absolutnej interferometru, a zatem również każdego ciała na powierzchni Ziemi (akceleratora), w układzie horyzontalnym. Rozpatrzony został ruch cząstki, zgodnie z drugim prawem Newtona, z uwzględnieniem zmieniającej się masy cząstki, w zależności od jej szybkości.

Rozpatrzono rozpady cząstek nietrwałych. Wykazane zostało, że wydłużanie się doby gwiazdowej Ziemi, względem czasu mierzonego przez zegary atomowe, jest pozorne. Wyznaczona została zależność czasu mierzonego przez zegary atomowe, od szybkości zegarów względem eteru. Zależność ta wykorzystana została do obliczenia szybkości Ziemi i Słońca względem eteru, przy użyciu zegarów atomowych.

.....

Autorzy pragną podziękować Panom: Doktorowi Januszowi D. Łaskiemu i Profesorowi Brianowi O'Reilly za wiele cennych i krytycznych uwag, dotyczących tej pracy w czasie jej pisania.

Autorzy:
Bronisław Maciąg
Jan Maciąg

Tarnobrzeg, Październik 2016

ROZDZIAŁ I

MODEL MATEMATYCZNY

I.1 INTERFEROMETR ALBERTA MICHELSONA

I.1.1 ZAŁOŻENIA I UKŁADY WSPÓLRZĘDNYCH

Ustalmy: Prędkość jest wektorem. Szybkość jest modułem prędkości.

Założmy istnienie ośrodka, nazwanego eterem.

Światło i interferometr poruszają się względem eteru.

Aby określić, w tych rozważaniach, ruch światła i interferometru względem tego ośrodka, wprowadźmy trzy układy współrzędnych prostokątnych, leżące na jednej płaszczyźnie (Rys. 2, 3, 4):

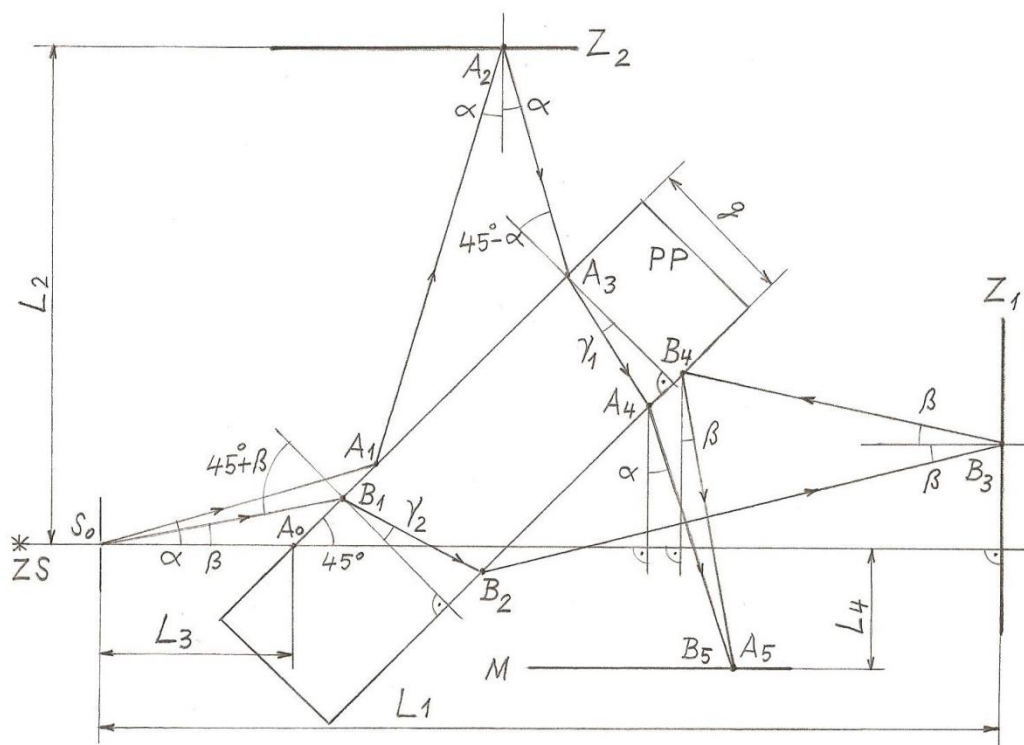
- 1) Wyróżniony, absolutny, inercjalny układ współrzędnych OX_oY_o , nieruchomy względem eteru (układ odniesienia).
- 2) Układ współrzędnych OXY .
Początek tego układu pokrywa się zawsze z początkiem układu OX_oY_o .
Układ OXY można obracać o dowolny kąt Φ względem układu OX_oY_o .
- 3) Układ współrzędnych $O'EQ$, sztywno związany z interferometrem.
Prędkość \vec{V}_0 interferometru jest zawsze równoległa do osi OX_o .
Oś $O'E$ jest zawsze równoległa do osi OX .
Początek tego układu pokrywa się z początkiem układu OX_oY_o , tylko w chwili początkowej $t=0$ rozpatrywanego ruchu interferometru.

Układ $O'EQ$ jest układem inercjalnym, poruszającym się wraz z interferometrem wzdłuż osi OX_o , ze stałą prędkością \vec{V}_0 względem układu OX_oY_o .

Gdy zmienimy wartość modułu prędkości \vec{V}_0 i ustalimy ją, otrzymamy inny układ inercjalny.

Postępując w ten sposób, możemy otrzymywać dowolną ilość układów inercjalnych $O'EQ$. Prędkości \vec{V}_0 są prędkościami absolutnymi układów $O'EQ$.

Światło jest falą elektromagnetyczną, której prędkość \vec{C}_0 w próżni, względem eteru, ma stały moduł (stałą szybkość absolutną) $C_0 = const$.



Rys.1 Schemat interferometru Alberta Michelsona i bieg promieni światła w interferometrze.

OZNACZENIA:

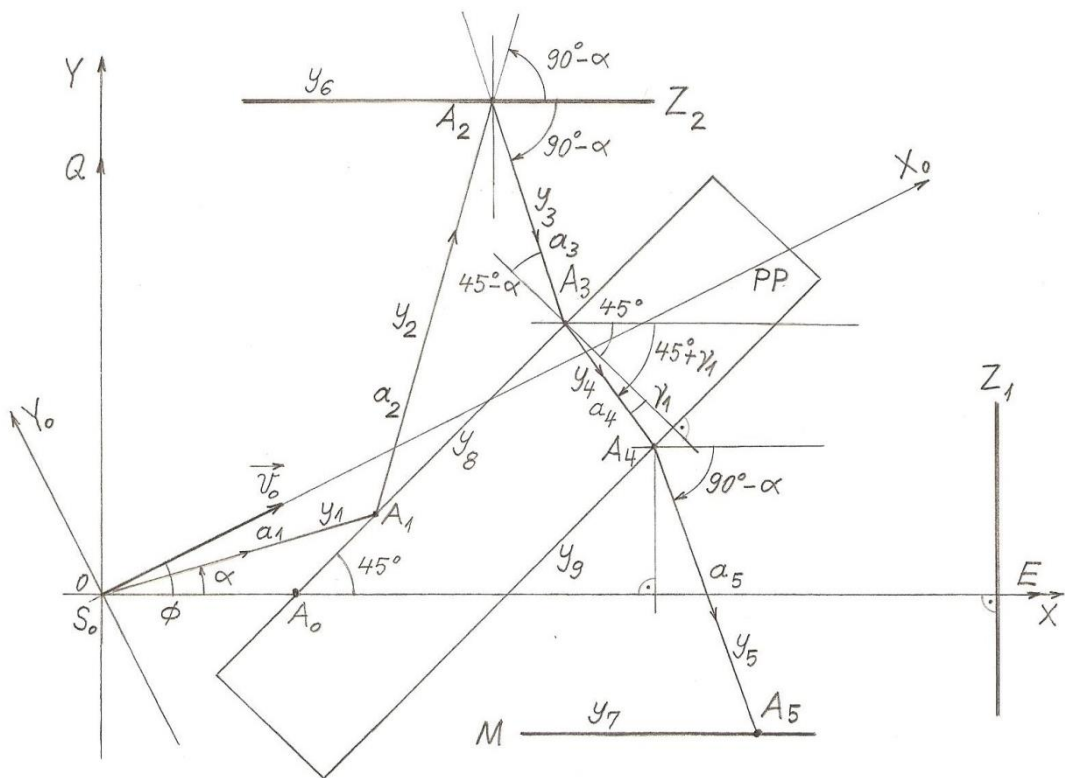
- ZS źródło światła,
 S_0 szczelina,
 Z_1, Z_2 zwierciadła,
 PP półprzeźroczysta płytką,
 M ekran,
 A_1, \dots, A_5 punkty, do których kolejno dobiegł promień światła po wyjściu ze szczeliny S_0 pod kątem α ,
 B_1, \dots, B_5 punkty, do których kolejno dobiegł promień światła po wyjściu ze szczeliny S_0 pod kątem β ,
 γ_1, γ_2 kąty załamania promieni światła, w półprzeźroczystej płytce.

WYMIARY PODSTAWOWE:

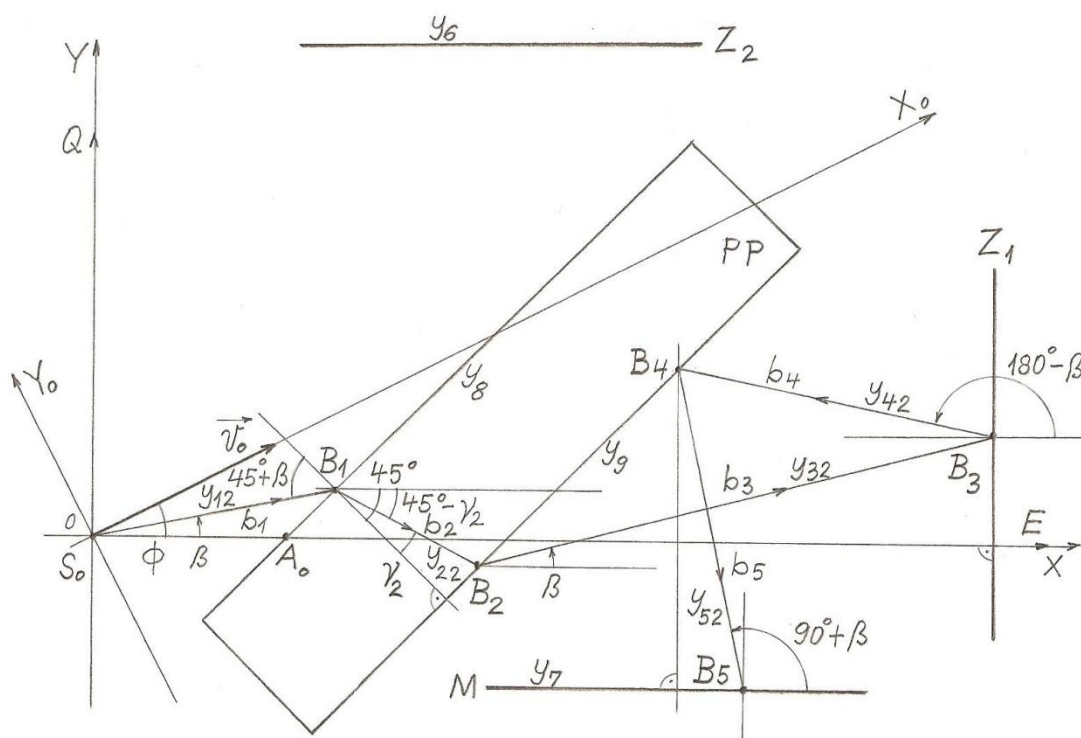
- $L_1, L_2, L_3, L_4,$
 g grubość półprzeźroczystej płytki.

Wartości wymiarów podstawowych oraz długość fali światła, podano na stronie 74.

Wykorzystane jest tu zjawisko dyfrakcji światła na szczelinie S_0 oraz interferencja tych promieni światła, które po wyjściu ze szczeliny S_0 , pod kątami α, β , dobiegają do jednego punktu ekranu M. Punkty A_5, B_5 pokrywają się.



Rys. 2 Bieg promienia światła od wyjścia ze szczeliny S_0 , pod kątem α , do punktu A_5 ekranu M.



Rys. 3 Bieg promienia światła od wyjścia ze szczeliny S_0 , pod kątem β , do punktu B_5 ekranu M.

I.1.2 PROMIENIE ŚWIATŁA W PÓLPRZEŹROCZYSTEJ PŁYTCE
(Rys. 1, 2, 3)

Zgodnie z prawem Willebrorda Snella otrzymujemy równania:

$$\frac{\sin(45^\circ - \alpha)}{\sin \gamma_1} = \frac{\sin(45^\circ + \beta)}{\sin \gamma_2} = \frac{C_o}{C_p} = \frac{\lambda_o}{\lambda_p} = n_2.$$

Gdzie: γ_1, γ_2 kąty załamania promieni światła w płytce PP,
 n_2 współczynnik załamania płytki PP względem próżni,
 C_o szybkość światła w próżni względem eteru,
 C_p szybkość światła w płytce PP względem eteru,
 λ_o długość fali światła w próżni,
 λ_p długość fali światła w płytce PP.

Wprowadźmy definicję próżni:

Próżnia jest przestrzenią wypełnioną eterem, bez cząstek materialnych.

Jest to próżnia doskonała. W rzeczywistości nie istnieje przestrzeń (dana objętość) całkowicie pozbawiona cząstek materialnych.

Z równań powyższych dostajemy:

$$(1.1) \quad \gamma_1 = \arcsin \frac{\sin(45^\circ - \alpha)}{n_2}$$

$$(1.2) \quad \gamma_2 = \arcsin \frac{\sin(45^\circ + \beta)}{n_2}$$

$$(1.3) \quad C_p = C_o / n_2$$

$$(1.4) \quad \lambda_p = \lambda_o / n_2$$

I.1.3 RÓWNANIA LINII W UKŁADZIE OXY (Rys. 1, 2, 3, 4)

Równania linii prostych biegu promieni światła:

$$y_1, \quad y_2, \quad y_3, \quad y_4, \quad y_5$$

$$y_{12}, \quad y_{22}, \quad y_{32}, \quad y_{42}, \quad y_{52}$$

Równanie linii zwierciadła Z_1 :

$$(1.5) \quad x = L_1 + tV_o \cos \Phi$$

Równanie linii y_6 zwierciadła Z_2 :

$$(1.6) \quad y_6 = L_2 + tV_o \sin \Phi$$

Równanie linii y_7 ekranu M:

$$(1.7) \quad y_7 = -L_4 + tV_o \sin \Phi$$

Równanie linii y_8 płytki PP, od strony szczeliny S_0 .

Współrzędne punktu $A_0(x_{a0}, y_{a0})$ wynoszą:

$$(1^{**}) \quad x_{a0} = L_3 + tV_o \cos \Phi$$

$$(2^{**}) \quad y_{a0} = tV_o \sin \Phi$$

Linia y_8 przechodzi przez punkt A_0 , zatem równanie tej linii ma postać:

$$y_8 = \operatorname{tg}45^\circ x - \operatorname{tg}45^\circ x_{a0} + y_{a0}$$

Po uwzględnieniu równań (1**), (2**) otrzymujemy:

$$(1.8) \quad y_8 = x - L_3 - tV_o (\cos \Phi - \sin \Phi)$$

Równanie linii y_9 drugiej strony płytki PP.

$$y_9 = y_8 - \sqrt{2} g, \quad \text{zatem}$$

$$(1.9) \quad y_9 = x - L_3 - \sqrt{2} g - tV_o (\cos \Phi - \sin \Phi).$$

W równaniach (1.5),..., (1.9) wielkość zmienna t jest czasem absolutnym ruchu interferometru.

1.1.4 WSPÓLRZĘDNE PUNKTÓW A_1, \dots, A_5 ORAZ DŁUGOŚCI ODCINKÓW a_1, \dots, a_5 W UKŁADZIE OXY

Długości odcinków przebytej drogi promienia światła, wychodzącego ze szczeliny S_0 , pod kątem α :

$$a_1 = S_0 A_1, \quad a_2 = A_1 A_2, \quad a_3 = A_2 A_3, \quad a_4 = A_3 A_4, \quad a_5 = A_4 A_5$$

1. PUNKT A_1 I DŁUGOŚĆ ODCINKA a_1 .

Współrzędne punktu $A_1(x_{a1}, y_{a1})$ wyznaczają równania linii prostych:

$$y_1 = \operatorname{tg} \alpha x, \quad (1.8) \quad y_8 = x - L_3 - tV_o (\cos \Phi - \sin \Phi), \quad t = t_{a1} = \frac{a_1}{C_o} \quad (1^*), \quad \text{zatem}$$

$$(1.10) \quad \left| \begin{array}{l} x_{a1} = [L_3 + a_1 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)] \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} \end{array} \right.$$

$$(1.11) \quad \left| \begin{array}{l} y_{a1} = [L_3 + a_1 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)] \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} \end{array} \right.$$

Współrzędne odcinka $S_0 A_1$: $S_0 A_1 [x_{a1} - 0, \quad y_{a1} - 0]$

Możemy napisać równanie: $a_1^2 = x_{a1}^2 + y_{a1}^2$, stąd po wstawieniu równań (1.10), (1.11) otrzymujemy:

$$(1.12) \quad a_1 = \frac{L_3}{\cos \alpha - \sin \alpha - (\cos \Phi - \sin \Phi) \frac{V_o}{C_o}}$$

2. PUNKT A_2 I DŁUGOŚĆ ODCINKA a_2 .

Równanie linii prostej y_2 , przechodzącej przez punkt A_1 :

$$y_2 = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) x + y_{a1} - \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) x_{a1}$$

Współrzędne punktu $A_2(x_{a2}, y_{a2})$ wyznaczają równania linii prostych:

$$y_2, \quad (1.6) \quad y_6 = L_2 + tV_o \sin \Phi, \quad t = t_{a2} = \frac{a_1 + a_2}{C_o} \quad (2*), \quad \text{zatem}$$

$$(1.13) \quad \left| \begin{array}{l} x_{a2} = x_{a1} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} [L_2 - y_{a1} + (a_1 + a_2) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi] \end{array} \right.$$

$$(1.14) \quad \left| \begin{array}{l} y_{a2} = L_2 + (a_1 + a_2) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi \end{array} \right.$$

Współrzędne odcinka A_1A_2 : $A_1A_2[x_{a2} - x_{a1}, y_{a2} - y_{a1}]$

$$x_{a2} - x_{a1} = x_{a21} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} a_2 \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$$

$$y_{a2} - y_{a1} = y_{a21} + a_2 \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.15) \quad x_{a21} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (L_2 - y_{a1} + a_1 \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi)$$

$$(1.16) \quad y_{a21} = L_2 + a_1 \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi - y_{a1}$$

Możemy teraz napisać równanie: $a_2^2 = (x_{a2} - x_{a1})^2 + (y_{a2} - y_{a1})^2$

Po rozwiązaniu tego równania otrzymujemy:

$$(1.17) \quad a_2 = \frac{r_{21} + \sqrt{r_{23}}}{r_{22}}, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.18) \quad r_{21} = \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi \left(x_{a21} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + y_{a21} \right), \quad (1.19) \quad r_{22} = 1 - \left(\frac{V_o}{C_o} \frac{\sin \Phi}{\cos \alpha} \right)^2$$

$$(1.20) \quad r_{23} = r_{21}^2 + r_{22} (x_{a21}^2 + y_{a21}^2)$$

3. PUNKT A_3 I DŁUGOŚĆ ODCINKA a_3

Równanie linii prostej y_3 , przechodzącej przez punkt A_2 :

$$y_3 = -\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) x + y_{a2} + \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) x_{a2}$$

Współrzędne punktu $A_3(x_{a3}, y_{a3})$ wyznaczają równania linii prostych:

$$y_3, \quad (1.8) \quad y_8 = x - L_3 - tV_o (\cos \Phi - \sin \Phi), \quad t = t_{a3} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{C_o} \quad (3*), \quad \text{zatem}$$

$$(1.21) \quad \left| \begin{array}{l} x_{a3} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} [L_3 + y_{a2} + (a_1 + a_2 + a_3) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)] + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} x_{a2} \end{array} \right.$$

$$(1.22) \quad \left| \begin{array}{l} y_{a3} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} [L_3 + y_{a2} + (a_1 + a_2) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)] + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} x_{a2} - L_3 + \\ - (a_1 + a_2) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} a_3 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) \end{array} \right.$$

Współrzędne odcinka A_2A_3 : $A_2A_3[x_{a_3} - x_{a_2}, y_{a_3} - y_{a_2}]$

$$x_{a_3} - x_{a_2} = x_{a_{31}} + \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} a_3 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)$$

$$y_{a_3} - y_{a_2} = y_{a_{31}} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} a_3 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi), \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.23) \quad x_{a_{31}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} [L_3 + y_{a_2} + (a_1 + a_2) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)] + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} x_{a_2} - x_{a_2}$$

$$(1.24) \quad y_{a_{31}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} [L_3 + y_{a_2} + (a_1 + a_2) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)] + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} x_{a_2} - L_3 +$$

$$-(a_1 + a_2) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) - y_{a_2}$$

$$a_3^2 = (x_{a_3} - x_{a_2})^2 + (y_{a_3} - y_{a_2})^2$$

Po rozwiązaniu powyższego równania otrzymujemy:

$$(1.25) \quad a_3 = \frac{r_{31} + \sqrt{r_{33}}}{r_{32}}, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.26) \quad r_{31} = (x_{a_{31}} \sin \alpha - y_{a_{31}} \cos \alpha) \frac{V_o}{C_o} \frac{\cos \Phi - \sin \Phi}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

$$(1.27) \quad r_{32} = 1 - \left(\frac{V_o}{C_o} \frac{\cos \Phi - \sin \Phi}{\sin \alpha + \cos \alpha} \right)^2$$

$$(1.28) \quad r_{33} = r_{31}^2 + r_{32}^2 (x_{a_{31}}^2 + y_{a_{31}}^2)$$

4. PUNKT A_4 I DŁUGOŚĆ ODCINKA a_4 .

Równanie linii prostej y_4 , przechodzącej przez punkt A_3 :

$$y_4 = -\operatorname{tg}(45^\circ + \gamma_1) x + y_{a_3} + \operatorname{tg}(45^\circ + \gamma_1) x_{a_3}$$

Szybkość światła w płycie $C_p = C_o / n_2$ (1.3), zatem światło przebiega odcinek drogi a_4

w płycie, w czasie $\frac{a_4}{C_p} = \frac{n_2 a_4}{C_o}$

Współrzędne punktu $A_4(x_{a_4}, y_{a_4})$ wyznaczają równania linii prostych:

$$y_4, \quad (1.9) \quad y_9 = x - L_3 - \sqrt{2} g - t V_o (\cos \Phi - \sin \Phi), \quad t = t_{a_4} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4}{C_o} \quad (4*), \text{ zatem}$$

$$(1.29) \quad \left| \begin{array}{l} x_{a_4} = \frac{\cos(45^\circ + \gamma_1)}{\sin(45^\circ + \gamma_1) + \cos(45^\circ + \gamma_1)} [L_3 + \sqrt{2} g + (a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + \\ + \operatorname{tg}(45^\circ + \gamma_1) x_{a_3} + y_{a_3}] \end{array} \right.$$

$$(1.30) \quad \left| \begin{array}{l} y_{a_4} = - \frac{\sin(45^\circ + \gamma_1)}{\sin(45^\circ + \gamma_1) + \cos(45^\circ + \gamma_1)} [L_3 + \sqrt{2} g + (a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + \\ + \operatorname{tg}(45^\circ + \gamma_1) x_{a_3} + y_{a_3}] + y_{a_3} + \operatorname{tg}(45^\circ + \gamma_1) x_{a_3} \end{array} \right.$$

Współrzędne odcinka A_3A_4 : $A_3A_4[x_{a_4} - x_{a_3}, y_{a_4} - y_{a_3}]$

$$x_{a4} - x_{a3} = x_{a41} + \frac{\cos(45^\circ + \gamma_1)}{\sin(45^\circ + \gamma_1) + \cos(45^\circ + \gamma_1)} n_2 a_4 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)$$

$$y_{a4} - y_{a3} = y_{a41} - \frac{\sin(45^\circ + \gamma_1)}{\sin(45^\circ + \gamma_1) + \cos(45^\circ + \gamma_1)} n_2 a_4 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi), \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.31) \quad x_{a41} = \frac{\cos(45^\circ + \gamma_1)}{\sin(45^\circ + \gamma_1) + \cos(45^\circ + \gamma_1)} [L_3 + \sqrt{2} g + (a_1 + a_2 + a_3) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + \\ + \operatorname{tg}(45^\circ + \gamma_1) x_{a3} + y_{a3}] - x_{a3}$$

$$(1.32) \quad y_{a41} = - \frac{\sin(45^\circ + \gamma_1)}{\sin(45^\circ + \gamma_1) + \cos(45^\circ + \gamma_1)} [L_3 + \sqrt{2} g + (a_1 + a_2 + a_3) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + \\ + \operatorname{tg}(45^\circ + \gamma_1) x_{a3} + y_{a3}] + \operatorname{tg}(45^\circ + \gamma_1) x_{a3}$$

$$a_4^2 = (x_{a4} - x_{a3})^2 + (y_{a4} - y_{a3})^2$$

Po rozwiązaniu powyższego równania otrzymujemy:

$$(1.33) \quad a_4 = \frac{r_{41} + \sqrt{r_{43}}}{r_{42}}, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.34) \quad r_{41} = [x_{a41} \cos(45^\circ + \gamma_1) - y_{a41} \sin(45^\circ + \gamma_1)] n_2 \frac{V_o}{C_o} \frac{\cos \Phi - \sin \Phi}{\sin(45^\circ + \gamma_1) + \cos(45^\circ + \gamma_1)}$$

$$(1.35) \quad r_{42} = 1 - \left(n_2 \frac{V_o}{C_o} \frac{\cos \Phi - \sin \Phi}{\sin(45^\circ + \gamma_1) + \cos(45^\circ + \gamma_1)} \right)^2$$

$$(1.35.1) \quad r_{43} = r_{41}^2 + r_{42}^2 (x_{a41}^2 + y_{a41}^2)$$

5. PUNKT A_5 I DŁUGOŚĆ ODCINKA a_5 .

Równanie linii prostej y_5 , przechodzącej przez punkt A_4 :

$$y_5 = -\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) x + y_{a4} + \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) x_{a4}$$

Współrzędne punktu $A_5(x_{a5}, y_{a5})$ wyznaczają równania linii prostych:

$$y_5, \quad (1.7) \quad y_7 = -L_4 + t V_o \sin \Phi, \quad t = t_{a5} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4 + a_5}{C_o} \quad (5^*), \quad \text{zatem}$$

$$(1.36) \quad \left| \begin{array}{l} x_{a5} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} [L_4 - (a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4 + a_5) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi + y_{a4}] + x_{a4} \\ y_{a5} = -L_4 + (a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4 + a_5) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi \end{array} \right.$$

Współrzędne odcinka $A_4 A_5$: $A_4 A_5 [x_{a5} - x_{a4}, \quad y_{a5} - y_{a4}]$

$$x_{a5} - x_{a4} = x_{a51} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} a_5 \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$$

$$y_{a5} - y_{a4} = y_{a51} + a_5 \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.38) \quad x_{a51} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} [L_4 - (a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi + y_{a4}]$$

$$(1.39) \quad y_{a51} = -L_4 + (a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi - y_{a4}$$

$$a_5^2 = (x_{a5} - x_{a4})^2 + (y_{a5} - y_{a4})^2. \quad \text{Po rozwiązaniu tego równania otrzymujemy:}$$

$$(1.40) \quad a_5 = \frac{r_{51} + \sqrt{r_{53}}}{r_{52}}, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.41) \quad r_{51} = \left(y_{a51} - x_{a51} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi, \quad (1.42) \quad r_{52} = 1 - \left(\frac{V_o}{C_o} \frac{\sin \Phi}{\cos \alpha} \right)^2,$$

$$(1.43) \quad r_{53} = r_{51}^2 + r_{52}^2 (x_{a51}^2 + y_{a51}^2)$$

I.1.5 WSPÓLRZĘDNE PUNKTÓW B_1, \dots, B_5 ORAZ DŁUGOŚCI ODCINKÓW b_1, \dots, b_5 W UKŁADZIE OXY.

Długości odcinków przebytej drogi promienia światła, po wyjściu ze szczeliny S_0 , pod kątem β :

$$b_1 = S_0 B_1, \quad b_2 = B_1 B_2, \quad b_3 = B_2 B_3, \quad b_4 = B_3 B_4, \quad b_5 = B_4 B_5.$$

6. PUNKT B_1 I DŁUGOŚĆ ODCINKA b_1 .

Współrzędne punktu $B_1(x_{b1}, y_{b1})$ wyznaczają równania linii prostych:

$$y_{12} = tg \beta x, \quad (1.8) \quad y_8 = x - L_3 - t V_o (\cos \Phi - \sin \Phi), \quad t = t_{b1} = \frac{b_1}{C_o} \quad (6*), \quad \text{zatem}$$

$$(1.44) \quad \left| \begin{array}{l} x_{b1} = [L_3 + b_1 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)] \frac{\cos \beta}{\cos \beta - \sin \beta} \\ y_{b1} = [L_3 + b_1 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)] \frac{\sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta} \end{array} \right.$$

$$(1.45) \quad \left| \begin{array}{l} x_{b1} = [L_3 + b_1 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)] \frac{\cos \beta}{\cos \beta - \sin \beta} \\ y_{b1} = [L_3 + b_1 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)] \frac{\sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta} \end{array} \right.$$

Współrzędne odcinka $S_0 B_1$: $S_0 B_1 [x_{b1} - 0, y_{b1} - 0]$

$$b_1^2 = x_{b1}^2 + y_{b1}^2$$

Po rozwiązaniu tego równania otrzymujemy

$$(1.46) \quad b_1 = \frac{L_3}{\cos \beta - \sin \beta - (\cos \Phi - \sin \Phi) \frac{V_o}{C_o}}$$

7. PUNKT B_2 I DŁUGOŚĆ ODCINKA b_2 .

Równanie linii prostej y_{22} , przechodzącej przez punkt B_1 :

$$y_{22} = -tg(45^\circ - \gamma_2) x + y_{b1} + tg(45^\circ - \gamma_2) x_{b1}$$

Światło przebiega odcinek drogi b_2 w czasie $\frac{b_2}{C_p} = \frac{n_2 b_2}{C_o}$.

Współrzędne punktu $B_2(x_{b2}, y_{b2})$ wyznaczają równania linii prostych:

$$y_{22}, \quad (1.9) \quad y_9 = x - L_3 - \sqrt{2} g - t V_o (\cos \Phi - \sin \Phi), \quad t = t_{b2} = \frac{b_1 + n_2 b_2}{C_o} \quad (7*), \quad \text{zatem}$$

$$(1.47) \quad \left\{ \begin{aligned} x_{b2} &= \frac{\cos(45^\circ - \gamma_2)}{\sin(45^\circ - \gamma_2) + \cos(45^\circ - \gamma_2)} [L_3 + \sqrt{2} g + (b_1 + n_2 b_2) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + y_{b1} + \\ &+ \operatorname{tg}(45^\circ - \gamma_2) x_{b1}] \\ (1.48) \quad y_{b2} &= - \frac{\sin(45^\circ - \gamma_2)}{\sin(45^\circ - \gamma_2) + \cos(45^\circ - \gamma_2)} [L_3 + \sqrt{2} g + (b_1 + n_2 b_2) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + y_{b1} + \\ &+ \operatorname{tg}(45^\circ - \gamma_2) x_{b1}] + y_{b1} + \operatorname{tg}(45^\circ - \gamma_2) x_{b1} \end{aligned} \right.$$

Współrzędne odcinka $B_1 B_2$: $B_1 B_2 [x_{b2} - x_{b1}, y_{b2} - y_{b1}]$

$$x_{b2} - x_{b1} = x_{b21} + \frac{\cos(45^\circ - \gamma_2)}{\sin(45^\circ - \gamma_2) + \cos(45^\circ - \gamma_2)} n_2 b_2 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)$$

$$y_{b2} - y_{b1} = y_{b21} - \frac{\sin(45^\circ - \gamma_2)}{\sin(45^\circ - \gamma_2) + \cos(45^\circ - \gamma_2)} n_2 b_2 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi), \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.49) \quad x_{b21} = \frac{\cos(45^\circ - \gamma_2)}{\sin(45^\circ - \gamma_2) + \cos(45^\circ - \gamma_2)} [L_3 + \sqrt{2} g + b_1 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + y_{b1} + \operatorname{tg}(45^\circ - \gamma_2) x_{b1}] - x_{b1}$$

$$(1.50) \quad y_{b21} = - \frac{\sin(45^\circ - \gamma_2)}{\sin(45^\circ - \gamma_2) + \cos(45^\circ - \gamma_2)} [L_3 + \sqrt{2} g + b_1 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + y_{b1} + \operatorname{tg}(45^\circ - \gamma_2) x_{b1}] + \operatorname{tg}(45^\circ - \gamma_2) x_{b1}$$

$$b_2^2 = (x_{b2} - x_{b1})^2 + (y_{b2} - y_{b1})^2$$

Po rozwiązaniu powyższego równania otrzymujemy:

$$(1.51) \quad b_2 = \frac{s_{21} + \sqrt{s_{23}}}{s_{22}}, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.52) \quad s_{21} = [x_{b21} \cos(45^\circ - \gamma_2) - y_{b21} \sin(45^\circ - \gamma_2)] n_2 \frac{V_o}{C_o} \frac{\cos \Phi - \sin \Phi}{\sin(45^\circ - \gamma_2) + \cos(45^\circ - \gamma_2)}$$

$$(1.53) \quad s_{22} = 1 - \left(n_2 \frac{V_o}{C_o} \frac{\cos \Phi - \sin \Phi}{\sin(45^\circ - \gamma_2) + \cos(45^\circ - \gamma_2)} \right)^2$$

$$(1.54) \quad s_{23} = s_{21}^2 + s_{22}^2 (x_{b21}^2 + y_{b21}^2)$$

8. PUNKT B_3 I DŁUGOŚĆ ODCINKA b_3 .

Równanie linii prostej y_{32} , przechodzącej przez punkt B_2 :

$$y_{32} = \operatorname{tg} \beta x + y_{b2} - \operatorname{tg} \beta x_{b2}$$

Współrzędne punktu $B_3(x_{b3}, y_{b3})$ wyznaczają równania linii prostych:

$$y_{32}, \quad (1.5) \quad x = L_1 + t V_o \cos \Phi, \quad t = t_{b3} = \frac{b_1 + n_2 b_2 + b_3}{C_o} \quad (8^*), \quad \text{zatem}$$

$$(1.55) \quad \left| \begin{array}{l} x_{b_3} = L_1 + (b_1 + n_2 b_2 + b_3) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi \\ (1.56) \quad y_{b_3} = \operatorname{tg} \beta [L_1 + (b_1 + n_2 b_2 + b_3) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi] + y_{b_2} - \operatorname{tg} \beta x_{b_2} \end{array} \right.$$

Współrzędne odcinka $B_2 B_3$: $B_2 B_3 [x_{b_3} - x_{b_2}, \quad y_{b_3} - y_{b_2}]$

$$x_{b_3} - x_{b_2} = x_{b_{31}} + b_3 \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$$

$$y_{b_3} - y_{b_2} = y_{b_{31}} + \frac{\sin \beta}{\cos \beta} b_3 \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.57) \quad x_{b_{31}} = L_1 + (b_1 + n_2 b_2) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi - x_{b_2}$$

$$(1.58) \quad y_{b_{31}} = \operatorname{tg} \beta [L_1 + (b_1 + n_2 b_2) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi] - \operatorname{tg} \beta x_{b_2}$$

$$b_3^2 = (x_{b_3} - x_{b_2})^2 + (y_{b_3} - y_{b_2})^2$$

Po rozwiązaniu powyższego równania otrzymujemy:

$$(1.59) \quad b_3 = \frac{s_{31} + \sqrt{s_{33}}}{s_{32}}, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.60) \quad s_{31} = (x_{b_{31}} + y_{b_{31}} \frac{\sin \beta}{\cos \beta}) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$$

$$(1.61) \quad s_{32} = 1 - \left(\frac{V_o \cos \Phi}{C_o \cos \beta} \right)^2$$

$$(1.62) \quad s_{33} = s_{31}^2 + s_{32}^2 (x_{b_{31}}^2 + y_{b_{31}}^2)$$

9. PUNKT B_4 I DŁUGOŚĆ ODCINKA b_4 .

Równanie linii prostej y_{42} , przechodzącej przez punkt B_3 :

$$y_{42} = \operatorname{tg}(180^\circ - \beta) x + y_{b_3} - \operatorname{tg}(180^\circ - \beta) x_{b_3}$$

$$y_{42} = -\operatorname{tg} \beta x + y_{b_3} + \operatorname{tg} \beta x_{b_3}$$

Współrzędne punktu $B_4(x_{b_4}, y_{b_4})$ wyznaczają równania linii prostych:

$$y_{42}, \quad (1.9) \quad y_9 = x - L_3 - \sqrt{2} g - t V_o (\cos \Phi - \sin \Phi), \quad t = t_{b_4} = \frac{b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4}{C_o} \quad (9*),$$

zatem

$$(1.63) \quad \left| \begin{array}{l} x_{b_4} = \frac{\cos \beta}{\sin \beta + \cos \beta} [L_3 + \sqrt{2} g + (b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + y_{b_3} + \\ + \operatorname{tg} \beta x_{b_3}] \end{array} \right.$$

$$(1.64) \quad \left| \begin{array}{l} y_{b_4} = - \frac{\sin \beta}{\sin \beta + \cos \beta} [L_3 + \sqrt{2} g + (b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + y_{b_3} + \\ + \operatorname{tg} \beta x_{b_3}] + y_{b_3} + \operatorname{tg} \beta x_{b_3} \end{array} \right.$$

Współrzędne odcinka $B_3 B_4$: $B_3 B_4 [x_{b_4} - x_{b_3}, \quad y_{b_4} - y_{b_3}]$

$$x_{b_4} - x_{b_3} = x_{b_{41}} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta + \cos \beta} b_4 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi)$$

$$y_{b_4} - y_{b_3} = y_{b_{41}} - \frac{\sin \beta}{\sin \beta + \cos \beta} b_4 \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi), \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.65) \quad x_{b_{41}} = \frac{\cos \beta}{\sin \beta + \cos \beta} [L_3 + \sqrt{2} g + (b_1 + n_2 b_2 + b_3) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + y_{b_3} + \\ + \operatorname{tg} \beta x_{b_3}] - x_{b_3}$$

$$(1.66) \quad y_{b_{41}} = - \frac{\sin \beta}{\sin \beta + \cos \beta} [L_3 + \sqrt{2} g + (b_1 + n_2 b_2 + b_3) \frac{V_o}{C_o} (\cos \Phi - \sin \Phi) + y_{b_3} + \\ + \operatorname{tg} \beta x_{b_3}] + \operatorname{tg} \beta x_{b_3}$$

$$b_4^2 = (x_{b_4} - x_{b_3})^2 + (y_{b_4} - y_{b_3})^2$$

Po rozwiązaniu powyższego równania otrzymujemy:

$$(1.67) \quad b_4 = \frac{s_{41} + \sqrt{s_{43}}}{s_{42}}, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.68) \quad s_{41} = (x_{b_{41}} \cos \beta - y_{b_{41}} \sin \beta) \frac{V_o}{C_o} \frac{\cos \Phi - \sin \Phi}{\sin \beta + \cos \beta}$$

$$(1.69) \quad s_{42} = 1 - \left(\frac{V_o}{C_o} \frac{\cos \Phi - \sin \Phi}{\sin \beta + \cos \beta} \right)^2$$

$$(1.70) \quad s_{43} = s_{41}^2 + s_{42} (x_{b_{41}}^2 + y_{b_{41}}^2)$$

10. PUNKT B_5 I DŁUGOŚĆ ODCINKA b_5 .

Równanie linii prostej y_{52} , przechodzącej przez punkt B_4 :

$$y_{52} = \operatorname{tg}(90^\circ + \beta) x + y_{b_4} - \operatorname{tg}(90^\circ + \beta) x_{b_4}$$

Współrzędne punktu $B_5(x_{b_5}, y_{b_5})$ wyznaczają równania linii prostych:

$$y_{52}, \quad (1.7) \quad y_7 = -L_4 + t V_o \sin \Phi, \quad t = t_{b_5} = \frac{b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4 + b_5}{C_o} \quad (10^*), \quad \text{zatem}$$

$$(1.71) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_{b_5} = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} [L_4 - (b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4 + b_5) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi + y_{b_4}] + x_{b_4} \end{array} \right.$$

$$(1.72) \quad \left\{ \begin{array}{l} y_{b_5} = -L_4 + (b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4 + b_5) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi \end{array} \right.$$

Współrzędne odcinka $B_4 B_5$: $B_4 B_5 [x_{b_5} - x_{b_4}, \quad y_{b_5} - y_{b_4}]$

$$x_{b_5} - x_{b_4} = x_{b_{51}} - \frac{\sin \beta}{\cos \beta} b_5 \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$$

$$y_{b_5} - y_{b_4} = y_{b_{51}} + b_5 \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.73) \quad x_{b_{51}} = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} [L_4 - (b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi + y_{b_4}]$$

$$(1.74) \quad y_{b_{51}} = -L_4 + (b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi - y_{b_4}$$

$$b_5^2 = (x_{b5} - x_{b4})^2 + (y_{b5} - y_{b4})^2$$

Po rozwiązaniu powyższego równania otrzymujemy:

$$(1.75) \quad b_5 = \frac{s_{51} + \sqrt{s_{53}}}{s_{52}}, \quad \text{gdzie:}$$

$$(1.76) \quad s_{51} = \left(y_{b51} - x_{b51} \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \right) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$$

$$(1.77) \quad s_{52} = 1 - \left(\frac{V_o}{C_o} \frac{\sin \Phi}{\cos \beta} \right)^2$$

$$(1.78) \quad s_{53} = s_{51}^2 + s_{52}^2 (x_{b51}^2 + y_{b51}^2)$$

TRANSFORMACJA GALILEUSZA

Przy przeliczaniu punktów A_1, \dots, A_5 , B_1, \dots, B_5 , z układu inercyjnego OXY na układ inercjalny O'EQ, stosujemy transformację Galileusza.

I.1.6 WSPÓLRZĘDNE PUNKTÓW A_1, \dots, A_5 W UKŁADZIE O'EQ.

PUNKT $A_1(e_{a1}, q_{a1})$, $t_{a1} = \frac{a_1}{C_o}$, zależność (1*)

$$(1.79) \quad e_{a1} = x_{a1} - t_{a1} V_o \cos \Phi = x_{a1} - a_1 \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$$

$$(1.80) \quad q_{a1} = y_{a1} - t_{a1} V_o \sin \Phi = y_{a1} - a_1 \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$$

PUNKT $A_2(e_{a2}, q_{a2})$, $t_{a2} = \frac{a_1 + a_2}{C_o}$, zależność (2*)

$$(1.81) \quad e_{a2} = x_{a2} - t_{a2} V_o \cos \Phi = x_{a2} - (a_1 + a_2) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$$

$$(1.82) \quad q_{a2} = y_{a2} - t_{a2} V_o \sin \Phi = y_{a2} - (a_1 + a_2) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi = L_2$$

PUNKT $A_3(e_{a3}, q_{a3})$, $t_{a3} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{C_o}$, zależność (3*)

$$(1.83) \quad e_{a3} = x_{a3} - t_{a3} V_o \cos \Phi = x_{a3} - (a_1 + a_2 + a_3) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$$

$$(1.84) \quad q_{a3} = y_{a3} - t_{a3} V_o \sin \Phi = y_{a3} - (a_1 + a_2 + a_3) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$$

PUNKT $A_4(e_{a4}, q_{a4})$, $t_{a4} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4}{C_o}$, zależność (4*)

$$(1.85) \quad e_{a4} = x_{a4} - t_{a4} V_o \cos \Phi = x_{a4} - (a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$$

$$(1.86) \quad q_{a4} = y_{a4} - t_{a4} V_o \sin \Phi = y_{a4} - (a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$$

PUNKT $A_5(e_{a5}, q_{a5}), \quad t_{a5} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4 + a_5}{C_o}, \quad \text{zależność (5*)}$

(1.87) $e_{a5} = x_{a5} - t_{a5} V_o \cos \Phi = x_{a5} - (a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4 + a_5) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$

(1.88) $q_{a5} = y_{a5} - t_{a5} V_o \sin \Phi = y_{a5} - (a_1 + a_2 + a_3 + n_2 a_4 + a_5) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi = -L_4$

1.1.7 WSPÓŁRZĘDNE PUNKTÓW B_1, \dots, B_5 W UKŁADZIE O'EQ.

PUNKT $B_1(e_{b1}, q_{b1}), \quad t_{b1} = \frac{b_1}{C_o}, \quad \text{zależność (6*)}$

(1.89) $e_{b1} = x_{b1} - t_{b1} V_o \cos \Phi = x_{b1} - b_1 \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$

(1.90) $q_{b1} = y_{b1} - t_{b1} V_o \sin \Phi = y_{b1} - b_1 \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$

PUNKT $B_2(e_{b2}, q_{b2}), \quad t_{b2} = \frac{b_1 + n_2 b_2}{C_o}, \quad \text{zależność (7*)}$

(1.91) $e_{b2} = x_{b2} - t_{b2} V_o \cos \Phi = x_{b2} - (b_1 + n_2 b_2) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$

(1.92) $q_{b2} = y_{b2} - t_{b2} V_o \sin \Phi = y_{b2} - (b_1 + n_2 b_2) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$

PUNKT $B_3(e_{b3}, q_{b3}), \quad t_{b3} = \frac{b_1 + n_2 b_2 + b_3}{C_o}, \quad \text{zależność (8*)}$

(1.93) $e_{b3} = x_{b3} - t_{b3} V_o \cos \Phi = x_{b3} - (b_1 + n_2 b_2 + b_3) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi = L_1$

(1.94) $q_{b3} = y_{b3} - t_{b3} V_o \sin \Phi = y_{b3} - (b_1 + n_2 b_2 + b_3) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$

PUNKT $B_4(e_{b4}, q_{b4}), \quad t_{b4} = \frac{b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4}{C_o}, \quad \text{zależność (9*)}$

(1.95) $e_{b4} = x_{b4} - t_{b4} V_o \cos \Phi = x_{b4} - (b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$

(1.96) $q_{b4} = y_{b4} - t_{b4} V_o \sin \Phi = y_{b4} - (b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi$

PUNKT $B_5(e_{b5}, q_{b5}), \quad t_{b5} = \frac{b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4 + b_5}{C_o}, \quad \text{zależność (10*)}$

(1.97) $e_{b5} = x_{b5} - t_{b5} V_o \cos \Phi = x_{b5} - (b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4 + b_5) \frac{V_o}{C_o} \cos \Phi$

(1.98) $q_{b5} = y_{b5} - t_{b5} V_o \sin \Phi = y_{b5} - (b_1 + n_2 b_2 + b_3 + b_4 + b_5) \frac{V_o}{C_o} \sin \Phi = -L_4$

I.1.8 DŁUGOŚCI ODCINKÓW PRZEBYTEJ DROGI PROMIENIA ŚWIATŁA WYCHODZĄCEGO ZE SZCZELINY S_0 , POD KĄTEM α , W UKŁADZIE O'EQ

$$(1.99) \quad a_{1u} = (e_{a1}^2 + q_{a1}^2)^{1/2}$$

$$(1.100) \quad a_{2u} = [(e_{a2} - e_{a1})^2 + (q_{a2} - q_{a1})^2]^{1/2}$$

$$(1.101) \quad a_{3u} = [(e_{a3} - e_{a2})^2 + (q_{a3} - q_{a2})^2]^{1/2}$$

$$(1.102) \quad a_{4u} = [(e_{a4} - e_{a3})^2 + (q_{a4} - q_{a3})^2]^{1/2}$$

$$(1.103) \quad a_{5u} = [(e_{a5} - e_{a4})^2 + (q_{a5} - q_{a4})^2]^{1/2}$$

I.1.9 DŁUGOŚCI ODCINKÓW PRZEBYTEJ DROGI PROMIENIA ŚWIATŁA WYCHODZĄCEGO ZE SZCZELINY S_0 , POD KĄTEM β , W UKŁADZIE O'EQ

$$(1.104) \quad b_{1u} = (e_{b1}^2 + q_{b1}^2)^{1/2}$$

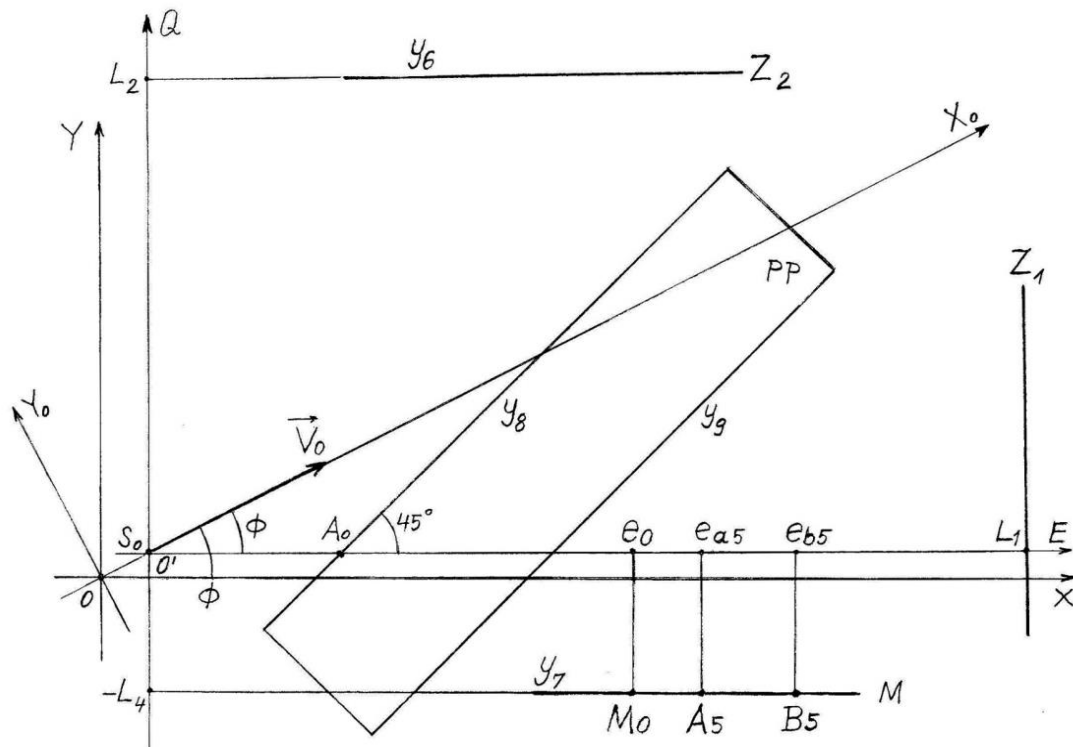
$$(1.105) \quad b_{2u} = [(e_{b2} - e_{b1})^2 + (q_{b2} - q_{b1})^2]^{1/2}$$

$$(1.106) \quad b_{3u} = [(e_{b3} - e_{b2})^2 + (q_{b3} - q_{b2})^2]^{1/2}$$

$$(1.107) \quad b_{4u} = [(e_{b4} - e_{b3})^2 + (q_{b4} - q_{b3})^2]^{1/2}$$

$$(1.108) \quad b_{5u} = [(e_{b5} - e_{b4})^2 + (q_{b5} - q_{b4})^2]^{1/2}$$

I.1.10 WZGLĘDNA RÓŻNICA DRÓG PROMIENI ŚWIATŁA, DOBIEGAJĄCYCH DO JEDNEGO PUNKTU EKRANU M



Rys. 4 Punkty A_5, B_5 , ekranu M i ich współrzędne e_{a5}, e_{b5} , do których dobiegły promienie światła, po wyjściu ze szczeliny S_0 , pod kątami α, β .

Względem punktu M_0 ekranu M o współrzędnej e_0 , wyznaczone są przesunięcia prążków interferencyjnych.

Współrzędne e_{a5} , e_{b5} punktów A_5, B_5 ekranu M zależą od wartości zmiennych α, β, Φ, V_w , zatem współrzędne e_{a5} , e_{b5} są następującymi funkcjami:

$$e_{a5} = e_{a5}(\alpha, \Phi, V_w) \quad \text{zależność (1.87),}$$

$$e_{b5} = e_{b5}(\beta, \Phi, V_w) \quad \text{zależność (1.97),}$$

$$\text{gdzie: } V_w = \frac{V_o}{C_o}.$$

Interferencja promieni światła wychodzących ze szczeliny S_0 pod kątami α, β , wystąpi na ekranie M (Rys. 4), wtedy gdy punkty A_5, B_5 pokryją się.

Oznacza to równość współrzędnych:

$$e_{a5} = e_{b5}$$

Względna różnica dróg promieni w próżni:

$$\Delta l_o / \lambda_o = [a_{1u} + a_{2u} + a_{3u} + a_{5u} - (b_{1u} + b_{3u} + b_{4u} + b_{5u})] / \lambda_o$$

Względna różnica dróg promieni w płytce PP:

$$\Delta l_p / \lambda_p = (a_{4u} - b_{2u}) / \lambda_p, \quad \text{gdzie:}$$

$$\lambda_p = \lambda_o / n_2 \quad \text{zależność (1.4).}$$

Całkowita względna różnica dróg promieni światła wynosi:

$$\Delta l / \lambda_o = \Delta l_o / \lambda_o + \Delta l_p / \lambda_p. \quad \text{Po przekształceniu tej zależności otrzymujemy:}$$

$$(1.109) \quad \Delta l / \lambda_o = [a_{1u} + a_{2u} + a_{3u} + n_2 a_{4u} + a_{5u} - (b_{1u} + n_2 b_{2u} + b_{3u} + b_{4u} + b_{5u})] / \lambda_o$$

Wprowadźmy oznaczenie R_w :

$$(1.109a) \quad R_w = \Delta l / \lambda_o$$

Względna różnica dróg R_w , zależy od wartości zmiennych α, β, Φ, V_w , jest więc funkcją:

$$(1.109b) \quad R_w = R_w(\alpha, \beta, \Phi, V_w)$$

Zachodzi potrzeba obliczania wartości R_w dla dowolnego punktu M_o ekranu M

o współrzędnej e_o , przy założonym kącie $\Phi = \Phi_n$ i przy ustalonej wartości $V_w = V_o / C_o$.

Aby wykonać to zadanie, piszemy następujące równości:

$$(11*) \quad e_{a5} = e_{a5}(\alpha_n, \Phi_n, V_w) = e_o$$

$$(12*) \quad e_{b5} = e_{b5}(\beta_n, \Phi_n, V_w) = e_o$$

Następnie – stosując odpowiedni program – znajdujemy przy pomocy komputera taką parę kątów (α_n, β_n) , która spełnia równości (11*), (12*).

Znając parę kątów (α_n, β_n) , przy założonych wartościach Φ_n, V_w , obliczamy wartość R_w :

$$(1.109c) \quad R_w = \Delta l / \lambda_o = R_w(\alpha_n, \beta_n, \Phi_n, V_w).$$

1.1.11 RÓŻNICA FAZ PROMIENI ŚWIATŁA, DOBIEGAJĄCYCH DO JEDNEGO PUNKTU EKРАНU M

Promienie światła, dobiegające do jednego punktu ekranu, mogą mieć jednakowe fazy lub różne fazy.

Różnica faz $\Delta\varphi$ tych promieni światła wynosi:

$$(1.110) \quad \Delta\varphi = 2\pi \text{frac}(R_w),$$

gdzie: $\text{frac}(R_w)$ jest funkcją wyznaczającą część ułamkową wartości R_w .

I.1.12 WARTOŚCI PRZESUNIĘĆ PRAŻKÓW INTERFERENCYJNYCH

Wyberzmy dowolny punkt M_0 ekranu M (Rys. 4) o współrzędnej e_0 (ustalona kreska w teleskopie).

Względem tego punktu będziemy wyznaczać przesunięcie prążków interferencyjnych.

Kątowi $\Phi = \Phi_1 = 0$ i współrzędnej e_0 odpowiada para kątów (α_1, β_1) spełniająca równości:

$$\begin{aligned} e_{a5} &= e_{a5}(\alpha_1, \Phi_1, V_w) = e_0 \\ e_{b5} &= e_{b5}(\beta_1, \Phi_1, V_w) = e_0, \quad \text{zatem} \\ (1.111) \quad R_{w1} &= R_w(\alpha_1, \beta_1, \Phi_1, V_w) \end{aligned}$$

Kątowi $\Phi = \Phi_2$ i współrzędnej e_0 odpowiada para kątów (α_2, β_2) spełniająca równości:

$$\begin{aligned} e_{a5} &= e_{a5}(\alpha_2, \Phi_2, V_w) = e_0 \\ e_{b5} &= e_{b5}(\beta_2, \Phi_2, V_w) = e_0, \quad \text{zatem} \\ (1.112) \quad R_{w2} &= R_w(\alpha_2, \beta_2, \Phi_2, V_w) \end{aligned}$$

Promienie światła, wychodzące ze szczeliny S_0 pod kątami $(\alpha_1, \beta_1), (\alpha_2, \beta_2)$, dobiegają do punktu M_0 o współrzędnej e_0 .

Wartość k przesunięcia prążków interferencyjnych względem punktu M_0 , w zależności od kąta Φ_2 i przyjętej wartości V_w , wynosi:

$$(1.113) \quad k(\Phi_2, V_w) = R_{w2} - R_{w1}$$

Stosując zależność (1.113) można obliczać wartości przesunięć prążków interferencyjnych względem dowolnie wybranego punktu M_0 ekranu M, po obróceniu interferometru o dowolny kąt Φ_2 , przy różnych wartościach $V_w = V_o / C_o$.

W tabelach 2,...,7 podane zostały wartości przesunięć prążków interferencyjnych, względem punktu M_0 o współrzędnej

$$e_0 = 0,1508323849500 \text{ m, przy różnych wartościach } \Phi_2, V_w.$$

Obliczenia wartości przesunięć prążków interferencyjnych zostały wykonane przy użyciu programu: PROGRAM abIM, podanego w części końcowej tej pracy (Rozdział IV).

W obliczeniach – względne zbliżenia punktów A_5, B_5 do punktu M_0 określone są przez nierówności współrzędnych (Rys.4):

$$| (e_{a5} - e_0) / \lambda_0 | < 10^{-7}, \quad | (e_{b5} - e_0) / \lambda_0 | < 10^{-7}$$

Określone wyżej zbliżenia punktów A_5, B_5, M_0 dotyczą Tabel: 1,..., 7.

1		2		3		4	
V_w	α_1	β_1	R_{w1}				
–	rad	rad	–				
$5 \cdot 10^{-5}$	$3,9927724200 \cdot 10^{-3}$	$3,5979062811 \cdot 10^{-3}$	3002,131191320				
10^{-4}	$4,0401177788 \cdot 10^{-3}$	$3,5999661255 \cdot 10^{-3}$	3002,131389021				
$1,5 \cdot 10^{-4}$	$4,0874626306 \cdot 10^{-3}$	$3,6020261381 \cdot 10^{-3}$	3002,131715822				
$2 \cdot 10^{-4}$	$4,1348069753 \cdot 10^{-3}$	$3,6040863191 \cdot 10^{-3}$	3002,132187332				
$5 \cdot 10^{-4}$	$4,4188623939 \cdot 10^{-3}$	$3,6164509390 \cdot 10^{-3}$	3002,137796524				
10^{-3}	$4,8922475042 \cdot 10^{-3}$	$3,6370720997 \cdot 10^{-3}$	3002,157966110				
10^{-2}	$1,3404460634 \cdot 10^{-2}$	$4,0111245783 \cdot 10^{-3}$	3005,035276114				
0.1	$9,7524614853 \cdot 10^{-2}$	$8,0443961357 \cdot 10^{-3}$	3591,873337429				

TABELA 1

Względne różnice dróg $R_{w1} = R_w(\alpha_1, \beta_1, \Phi_1, V_w)$, $\Phi = \Phi_1 = 0$.

1		2		3		4		5	
V_w	α_2	β_2	R_{w2}	$k(\Phi_2, V_w)$					
–	rad	rad	–	–					
$5 \cdot 10^{-5}$	$3,9808002849 \cdot 10^{-3}$	$3,6312205475 \cdot 10^{-3}$	3002,131123494	$-6,7826 \cdot 10^{-5}$					
10^{-4}	$4,0161740048 \cdot 10^{-3}$	$3,6665944817 \cdot 10^{-3}$	3002,131130047	$-2,5897 \cdot 10^{-4}$					
$1,5 \cdot 10^{-4}$	$4,0515477145 \cdot 10^{-3}$	$3,7019684075 \cdot 10^{-3}$	3002,131130624	$-5,8519 \cdot 10^{-4}$					
$2 \cdot 10^{-4}$	$4,0869214137 \cdot 10^{-3}$	$3,7373423250 \cdot 10^{-3}$	3002,131127927	$-1,0594 \cdot 10^{-3}$					
$5 \cdot 10^{-4}$	$4,2991633943 \cdot 10^{-3}$	$3,9495856587 \cdot 10^{-3}$	3002,131133321	$-6,6632 \cdot 10^{-3}$					
10^{-3}	$4,6528992281 \cdot 10^{-3}$	$4,3033239157 \cdot 10^{-3}$	3002,131122723	$-2,6843 \cdot 10^{-2}$					
10^{-2}	$1,1020022430 \cdot 10^{-2}$	$1,0670526531 \cdot 10^{-2}$	3002,127546019	-2,9077					
0,1	$7,4730696699 \cdot 10^{-2}$	$7,438571775 \cdot 10^{-2}$	2998,359887719	-593,5134					

Wartości $R_{w1} = R_w(\alpha_1, \beta_1, \Phi_1, V_w)$ podano w Tabeli 1.

TABELA 2

Wartości przesunięć prążków interferencyjnych $k(\Phi_2, V_w)$, gdy $\Phi_2 = \pi/4$.

$e_0 = 0,1508323849500 \text{ m}$		$V_w = V_o / C_o$		
$\Phi_2 = \pi/2$		$R_{w2} = R_w(\alpha_2, \beta_2, \Phi_2, V_w)$	$k(\Phi_2, V_w) = R_{w2} - R_{w1}$	
1	2	3	4	5
V_w	α_2	β_2	R_{w2}	$k(\Phi_2, V_w)$
-	rad	rad	-	-
$5 \cdot 10^{-5}$	$3,9481063201 \cdot 10^{-3}$	$3,6438135238 \cdot 10^{-3}$	3002,131174750	$-1,6570 \cdot 10^{-5}$
10^{-4}	$3,9507858220 \cdot 10^{-3}$	$3,6917808334 \cdot 10^{-3}$	3002,131358381	$-3,0640 \cdot 10^{-5}$
$1,5 \cdot 10^{-4}$	$3,9534650605 \cdot 10^{-3}$	$3,7394485340 \cdot 10^{-3}$	3002,131651654	$-6,4168 \cdot 10^{-5}$
$2 \cdot 10^{-4}$	$3,9561440353 \cdot 10^{-3}$	$3,7877166255 \cdot 10^{-3}$	3002,132074803	$-1,1252 \cdot 10^{-4}$
$5 \cdot 10^{-4}$	$3,9722123456 \cdot 10^{-3}$	$4,0755333837 \cdot 10^{-3}$	3002,137086849	$-7,0967 \cdot 10^{-4}$
10^{-3}	$3,9989717621 \cdot 10^{-3}$	$4,5552592553 \cdot 10^{-3}$	3002,155067484	$-2,8986 \cdot 10^{-3}$
10^{-2}	$4,4761228482 \cdot 10^{-3}$	$1,3197013721 \cdot 10^{-2}$	3004,654317494	-0,3809
0,1	Nie ma interferencji światła.			
Wartości $R_{w1} = R_w(\alpha_1, \beta_1, \Phi_1, V_w)$ podano w Tabeli 1.				

TABELA 3

Wartości przesunięć prążków interferencyjnych $k(\Phi_2, V_w)$, gdy $\Phi_2 = \pi/2$.

$e_0 = 0,1508323849500 \text{ m}$		$V_w = V_o / C_o$		
$\Phi_2 = -\pi/4$		$R_{w2} = R_w(\alpha_2, \beta_2, \Phi_2, V_w)$	$k(\Phi_2, V_w) = R_{w2} - R_{w1}$	
1	2	3	4	5
V_w	α_2	β_2	R_{w2}	$k(\Phi_2, V_w)$
-	rad	rad	-	-
$5 \cdot 10^{-5}$	$3,9770099624 \cdot 10^{-3}$	$3,5633856451 \cdot 10^{-3}$	3002,131245467	$5,4147 \cdot 10^{-5}$
10^{-4}	$4,0085926102 \cdot 10^{-3}$	$3,5309252527 \cdot 10^{-3}$	3002,131621789	$2,3276 \cdot 10^{-4}$
$1,5 \cdot 10^{-4}$	$4,0401744976 \cdot 10^{-3}$	$3,4984654283 \cdot 10^{-3}$	3002,132255159	$5,3933 \cdot 10^{-4}$
$2 \cdot 10^{-4}$	$4,0717556242 \cdot 10^{-3}$	$3,4660061717 \cdot 10^{-3}$	3002,133149623	$9,6229 \cdot 10^{-4}$
$5 \cdot 10^{-4}$	$4,2612264039 \cdot 10^{-3}$	$3,2712625612 \cdot 10^{-3}$	3002,143733676	$5,9371 \cdot 10^{-3}$
10^{-3}	$4,5769500845 \cdot 10^{-3}$	$2,9467354079 \cdot 10^{-3}$	3002,181635327	$2,3669 \cdot 10^{-2}$
10^{-2}	$1,0246766501 \cdot 10^{-2}$	$-2,8848934357 \cdot 10^{-3}$	3007,295667190	2,2603
0,1	$6,5318706130 \cdot 10^{-2}$	$-5,9987865247 \cdot 10^{-2}$	3656,388665504	64,5153
Wartości $R_{w1} = R_w(\alpha_1, \beta_1, \Phi_1, V_w)$ podano w Tabeli 1.				

TABELA 4

Wartości przesunięć prążków interferencyjnych $k(\Phi_2, V_w)$, gdy $\Phi_2 = -\pi/4$.

$e_0 = 0,1508323849500 \text{ m}$		$V_w = V_o / C_o$		
$\Phi_2 = -\pi/2$		$R_{w2} = R_w(\alpha_2, \beta_2, \Phi_2, V_w)$		$k(\Phi_2, V_w) = R_{w2} - R_{w1}$
1	2	3	4	5
V_w	α_2	β_2	R_{w2}	$k(\Phi_2, V_w)$
–	rad	rad	–	–
$5 \cdot 10^{-5}$	$3,9427465247 \cdot 10^{-3}$	$3,5478800773 \cdot 10^{-3}$	3002,131185539	$-5,7810 \cdot 10^{-6}$
10^{-4}	$3,9400662317 \cdot 10^{-3}$	$3,4999139404 \cdot 10^{-3}$	3002,131360117	$-2,8904 \cdot 10^{-5}$
$1,5 \cdot 10^{-4}$	$3,9373856748 \cdot 10^{-3}$	$3,4519481943 \cdot 10^{-3}$	3002,131657823	$-5,7999 \cdot 10^{-5}$
$2 \cdot 10^{-4}$	$3,9347048543 \cdot 10^{-3}$	$3,4039828393 \cdot 10^{-3}$	3002,132070757	$-1,1657 \cdot 10^{-4}$
$5 \cdot 10^{-4}$	$3,9186143951 \cdot 10^{-3}$	$3,1161989182 \cdot 10^{-3}$	3002,137057367	$-7,3915 \cdot 10^{-4}$
10^{-3}	$3,8917758758 \cdot 10^{-3}$	$2,6365903231 \cdot 10^{-3}$	3002,154764384	$-3,2017 \cdot 10^{-3}$
10^{-2}	$3,4041833711 \cdot 10^{-3}$	$-5,9896769791 \cdot 10^{-3}$	3004,355161566	-0,6801
0,1	$-1,9309811291 \cdot 10^{-3}$	$-9,1514853874 \cdot 10^{-2}$	3024,098078500	-567,7752
Wartości $R_{w1} = R_w(\alpha_1, \beta_1, \Phi_1, V_w)$ podano w Tabeli 1.				

TABELA 5

Wartości przesunięć prążków interferencyjnych $k(\Phi_2, V_w)$, gdy $\Phi_2 = -\pi/2$.

Gdy wartość względnej szybkości interferometru wynosi $V_w = 2 \cdot 10^{-4}$, wtedy największe przesunięcie prążków interferencyjnych ma wartość $|k| = 1,0594 \cdot 10^{-3}$ (Tabela 2).

Jeżeli $V_w < 2 \cdot 10^{-4}$, wówczas przesunięcia prążków są niewidoczne.

Wartość względnej szybkości interferometru nie może być mniejsza od wartości względnej szybkości orbitalnej Ziemi (około 10^{-4}). Stąd wartość względnej szybkości interferometru, umieszczonego na powierzchni Ziemi, mieści się w przedziale:

$$(1.114) \quad 10^{-4} \leq V_w < 2 \cdot 10^{-4}$$

I.1.13 WARTOŚCI PRZESUNIĘĆ PRAŻKÓW INTERFERENCYJNYCH PO ZMIANIE ODLEGŁOŚCI ZWIERCIADŁA OD SZCZELINY S_0

Obliczymy wartości przesunięć prążków interferencyjnych względem punktu Mo , po zmianie odległości zwierciadła Z_2 od szczeliny S_0 , przy ustalonym kącie Φ_n .

Odległość L_2 została zmieniona na odległość $L_2 + \Delta L_2$.

Kątowi $\Phi = \Phi_n$, współrzędnej e_0 i odległości L_2 , odpowiada para kątów (α_2, β_2) , spełniająca równości:

$$e_{a5} = e_{a5}(\alpha_2, \Phi_n, V_w) = e_0$$

$$e_{b5} = e_{b5}(\beta_2, \Phi_n, V_w) = e_0$$

Względna różnica dróg promieni światła wynosi:

$$(1.115) \quad R_{w2} = R_w(\alpha_2, \beta_2, \Phi_n, V_w)$$

Kątowi $\Phi = \Phi_n$, współrzędnej e_0 i odległości $L_2 + \Delta L_2$, odpowiada para kątów $(\alpha_{2\Delta L_2}, \beta_{2\Delta L_2})$, spełniająca równości:

$$e_{a5} = e_{a5}(\alpha_{2\Delta L_2}, \Phi_n, V_w, \Delta L_2) = e_0$$

$$e_{b5} = e_{b5}(\beta_{2\Delta L_2}, \Phi_n, V_w, \Delta L_2) = e_0$$

Względna różnica dróg promieni światła wynosi:

$$(1.116) \quad R_{w2\Delta L_2} = R_w(\alpha_{2\Delta L_2}, \beta_{2\Delta L_2}, \Phi_n, V_w, \Delta L_2)$$

Promienie światła, wychodzące ze szczeliny S_0 pod kątami (α_2, β_2) , $(\alpha_{2\Delta L_2}, \beta_{2\Delta L_2})$, dobiegają do punktu Mo ekranu M .

Wartość k przesunięcia prążków interferencyjnych względem punktu Mo , w zależności od przyrostu odległości ΔL_2 , wynosi:

$$(1.117) \quad k = k(\Phi_n, V_w, \Delta L_2) = R_{w2\Delta L_2} - R_{w2}$$

W tabelach 6, 7 podane zostały wartości przesunięć prążków interferencyjnych względem punktu Mo o współrzędnej $e_0 = 0,1508323849500$ m, przy odległości $L_2 + 1,25 \cdot \lambda_o$ oraz przy kątach $\Phi_n = \pi/4$, $\Phi_n = \pi/2$.

POMIAR DŁUGOŚCI PRZY POMOCY INTERFEROMETRU MICHELSONA.

Ocena zmierzonej długości.

ΔL_2 długość rzeczywista,

$\Delta L_f = (k/2)\lambda_o$ długość określona przy pomocy modelu fizycznego.

W modelu matematycznym długość ΔL_2 znana jest z założenia, natomiast w modelu fizycznym długość ΔL_2 jest długością mierzoną.

Dokładność zmierzonej długości ΔL_f określona jest wyrażeniem:

$$\left| \frac{\Delta L_2 - \Delta L_f}{\Delta L_2} \right|$$

$e_0 = 0,1508323849500 \text{ m}$ $L_2 = 1,2 \text{ m}$ $\Delta L_2 = 1,25 \cdot \lambda_o$ $V_w = V_o / C_o$ $\Phi_n = \Phi_2 = \pi / 4$ $R_{w2\Delta L_2} = R_w(\alpha_{2\Delta L_2}, \beta_{2\Delta L_2}, \Phi_2, V_w, \Delta L_2)$ $k = k(\Phi_2, V_w, \Delta L_2) = R_{w2\Delta L_2} - R_{w2}$				
1	2	3	4	5
V_w	$\alpha_{2\Delta L_2}$	$\beta_{2\Delta L_2}$	$R_{w2\Delta L_2}$	k
–	rad	rad	–	–
$5 \cdot 10^{-5}$	$3,9807980798 \cdot 10^{-3}$	$3,6312205475 \cdot 10^{-3}$	3004,631105534	2,4999
10^{-4}	$4,0161717998 \cdot 10^{-3}$	$3,6665944817 \cdot 10^{-3}$	3004,631112083	2,4999
$1,5 \cdot 10^{-4}$	$4,0515455094 \cdot 10^{-3}$	$3,7019684075 \cdot 10^{-3}$	3004,631112664	2,4999
$2 \cdot 10^{-4}$	$4,0869192088 \cdot 10^{-3}$	$3,7373423250 \cdot 10^{-3}$	3004,631103798	2,4999
$5 \cdot 10^{-4}$	$4,2991611891 \cdot 10^{-3}$	$3,9495856587 \cdot 10^{-3}$	3004,631109196	2,4999
10^{-3}	$4,6528970232 \cdot 10^{-3}$	$4,3033239157 \cdot 10^{-3}$	3004,631104763	2,4999
10^{-2}	$1,1020020223 \cdot 10^{-2}$	$1,0670526531 \cdot 10^{-2}$	3004,627534225	2,4999
Wartości $R_{w2} = R_w(\alpha_2, \beta_2, \Phi_2, V_w)$ podano w Tabeli 2.				

TABELA 6

Wartości przesunięć prążków interferencyjnych $k = k(\Phi_2, V_w, \Delta L_2) = R_{w2\Delta L_2} - R_{w2}$,
gdzie $\Phi_n = \Phi_2 = \pi / 4$.

$e_0 = 0,1508323849500 \text{ m}$ $L_2 = 1,2 \text{ m}$ $\Delta L_2 = 1,25 \cdot \lambda_o$ $V_w = V_o / C_o$ $\Phi_n = \Phi_2 = \pi / 2$ $R_{w2\Delta L_2} = R_w(\alpha_{2\Delta L_2}, \beta_{2\Delta L_2}, \Phi_2, V_w, \Delta L_2)$ $k = k(\Phi_2, V_w, \Delta L_2) = R_{w2\Delta L_2} - R_{w2}$				
1	2	3	4	5
V_w	$\alpha_{2\Delta L_2}$	$\beta_{2\Delta L_2}$	$R_{w2\Delta L_2}$	k
–	rad	rad	–	–
$5 \cdot 10^{-5}$	$3,9481041137 \cdot 10^{-3}$	$3,6438135238 \cdot 10^{-3}$	3004,631162956	2,4999
10^{-4}	$3,9507836142 \cdot 10^{-3}$	$3,6917808334 \cdot 10^{-3}$	3004,631340421	2,4999
$1,5 \cdot 10^{-4}$	$3,9534628511 \cdot 10^{-3}$	$3,7397485340 \cdot 10^{-3}$	3004,631639860	2,4999
$2 \cdot 10^{-4}$	$3,9561418243 \cdot 10^{-3}$	$3,7877166255 \cdot 10^{-3}$	3004,632056843	2,4999
$5 \cdot 10^{-4}$	$3,9722101257 \cdot 10^{-3}$	$4,0755333837 \cdot 10^{-3}$	3004,637068890	2,4999
10^{-3}	$3,9989695271 \cdot 10^{-3}$	$4,5552592553 \cdot 10^{-3}$	3004,655043356	2,4999
10^{-2}	$4,4761203444 \cdot 10^{-3}$	$1,3197013721 \cdot 10^{-2}$	3007,154293369	2,4999
Wartości $R_{w2} = R_w(\alpha_2, \beta_2, \Phi_2, V_w)$ podano w Tabeli 3.				

TABELA 7

Wartości przesunięć prążków interferencyjnych $k = k(\Phi_2, V_w, \Delta L_2) = R_{w2\Delta L_2} - R_{w2}$,
gdzie $\Phi_n = \Phi_2 = \pi / 2$.

Przykład.

Dokładność zmierzonej długości.

Tabele 6, 7:

$$k \approx 2,4999, \quad \Delta L_2 = 1,25 \lambda_0, \quad \Delta L_f = (k/2) \lambda_0$$

Zatem

$$\left| \frac{\Delta L_2 - \Delta L_f}{\Delta L_2} \right| = \frac{(1,25 - 2,4999/2) \lambda_0}{1,25 \lambda_0} \approx 4 \cdot 10^{-5}$$

I.2 DLACZEGO W DOŚWIADCZENIACH MICHELSONA NIE ZAOBSERWOWANO PRZESUNIĘĆ PRAŻKÓW INTERFERENCYJNYCH?

Szybkość względna V_w interferometru umieszczonego na Ziemi, określona jest

zależnością (1.114): $10^{-4} \leq V_w < 2 \cdot 10^{-4}$.

Według tabel 1,...,5 przesunięcia prążków interferencyjnych, w tym zakresie wartości szybkości względnych V_w , są bardzo małe $|k| < 1,0594 \cdot 10^{-3}$ (Tabela 2), są więc niezauważalne.

I.3 DLACZEGO OBLICZONA PRZEZ ALBERTA MICHELSONA „WARTOŚĆ PRZESUNIĘCIA PRAŻKÓW INTERFERENCYJNYCH,, NIE ZOSTAŁA POTWIERDZONA W CZASIE DOŚWIADCZEŃ?

W celu obliczenia wartości przesunięcia prążków interferencyjnych Albert Michelson wziął pod uwagę promienie światła wzajemnie prostopadłe, padające na zwierciadła Z_1, Z_2 .

Promienie te są wzajemnie prostopadłe, gdy wychodzą ze szczeliny S_0 , pod kątami $\alpha = 0$, $\beta = 0$.

Wyniki obliczeń, zawarte w Tabeli 8, wykazują że promienie światła, wychodzące ze szczeliny S_0 pod kątami $\alpha = 0$, $\beta = 0$, dobiegają do wzajemnie odległych punktów A_5, B_5 ekranu M. Odległość tych punktów wynosi ponad tysiąc długości fali światła, więc nie zachodzi interferencja tych promieni światła.

Wprowadźmy oznaczenia:

$$(1.118) \quad R_{rw} = R_{rw}(\Phi, V_w) = \Delta l / \lambda_0 \quad \text{względna różnica dróg promieni światła, dobiegających do wzajemnie odległych punktów } A_5, B_5 \text{ ekranu M w układzie O'EQ,}$$

$$(1.119) \quad K_r = R_{rw}(\Phi_2, V_w) - R_{rw}(\Phi_1, V_w) \quad \text{różnica względnych różnic } R_{rw}.$$

Gdy $\Phi_2 = \pi/2$, $V_w = 10^{-4}$, wtedy zgodnie z wynikami obliczeń, zawartymi w Tabeli 8, wartość K_r wynosi:

$$K_r = R_{rw}(\Phi_2, V_w) - R_{rw}(\Phi_1, V_w) = 2996,19482247904 - 2996,23554741591 = -0,040724$$

Obliczona wartość $K_r = -0,040724$ nie jest wartością k przesunięcia prążków interferencyjnych. Odległość $|e_{a5} - e_{b5}|$ punktów A_5, B_5 ekranu M, do których dobiegły promienie światła, wynosi:

$$1168,0425749\lambda_0 \text{ dla } \Phi_2 = \pi/2 \text{ oraz } 1981,4151451\lambda_0 \text{ dla } \Phi_1 = 0.$$

Albert Michelson, zakładając wzajemną prostopadłość promieni światła padających na zwierciadła Z_1, Z_2 , obliczył wartość $|K_r| \approx 0,04$ (1.119) a nie wartość k (1.113) przesunięcia prążków interferencyjnych.

$V_w = V_o / C_o = 10^{-4}$				
$K_r = R_{rw}(\Phi_2, V_w) - R_{rw}(\Phi_1, V_w)$				
$\alpha = 0$	$\beta = 0$			
1	2	3	4	5
Φ_1	$e_{a5}(\alpha=0, \Phi_1, V_w)$	$e_{b5}(\beta=0, \Phi_1, V_w)$	$ e_{a5} - e_{b5} / \lambda_o$	$R_{rw}(\Phi_1, V_w)$
rad	m	m	-	-
0	0,14016934707	0,14133838201	1981,4151451	2996,23554741591
Φ_2	$e_{a5}(\alpha=0, \Phi_2, V_w)$	$e_{b5}(\beta=0, \Phi_2, V_w)$	$ e_{a5} - e_{b5} / \lambda_o$	$R_{rw}(\Phi_2, V_w)$
rad	m	m	-	-
$\pi/2$	0,14040532645	0,14109447156	1168,0425749	2996,19482247904

TABELA 8

W tabeli podane zostały wartości: $R_{rw}(\Phi_1, V_w)$, $R_{rw}(\Phi_2, V_w)$, $|e_{a5} - e_{b5}| / \lambda_o$ oraz współrzędne e_{a5}, e_{b5} punktów A_5, B_5 , do których dobiegły promienie światła po wyjściu ze szczeliny S_0 , pod kątami $\alpha=0$, $\beta=0$, gdy $V_w = V_o / C_o = 10^{-4}$. Obliczenia wykonane zostały przy pomocy programu: PROGRAM IntM (Rozdział IV).

I.4 PRĘDKOŚĆ ŚRODKA ZIEMI I SŁOŃCA WZGLĘDEM ETERU (względem wyróżnionego absolutnego układu OXoYoZo)

Prędkość \vec{V}_o interferometru na powierzchni Ziemi względem eteru, jest sumą trzech wektorów:

$$(1.120) \quad \vec{V}_o = \vec{V}_r + \vec{V}_{zs} + \vec{V}_{se}$$

Wektor \vec{V}_r jest prędkością obwodową punktu (miejsca) na powierzchni Ziemi, w którym umieszczony jest interferometr.

Wektor ten leży na płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny równika Ziemi.

Wartość modułu wektora \vec{V}_r wynosi: $V_r = 0,464 \cos \varphi \text{ km/s}$, gdzie:

φ szerokość geograficzna miejsca umieszczenia interferometru.

Wektor \vec{V}_{zs} jest prędkością środka Ziemi wokół Słońca.

Wektor \vec{V}_{zs} leży na płaszczyźnie ekliptyki.

$$V_{zs \min} = 29,29 \text{ km/s}, \quad V_{zs \max} = 30,28 \text{ km/s}$$

Do tych rozważań przyjmujemy przybliżoną wartość modułu wektora \vec{V}_{zs} , $V_{zs} \approx 30 \text{ km/s}$.

$$(1.121) \quad V_{zs} / C_o \approx 10^{-4}$$

Wektor \vec{V}_{se} jest prędkością środka Słońca względem eteru.

Wektor \vec{V}_{se} jest prostopadły do płaszczyzny ekliptyki. Prostopadłość wektora \vec{V}_{se} do płaszczyzny ekliptyki, wynika z aberracji światła gwiazd.

Możemy pominąć wektor \vec{V}_r , bo jego wartość modułu jest mała, w porównaniu z wartością modułu wektora \vec{V}_{zs} . Równanie (1.120) przyjmuje teraz postać:

$$(1.122) \quad \vec{V}_o \approx \vec{V}_{zs} + \vec{V}_{se}$$

Wektory $\vec{V}_{zs}, \vec{V}_{se}$ są wzajemnie prostopadłe. Możemy zatem napisać równanie:

$$(1.123) \quad V_o^2 \approx V_{zs}^2 + V_{se}^2$$

Zgodnie z zależnością (1.114): $10^{-4} \leq V_w < 2 \cdot 10^{-4}$, $V_w = V_o / C_o$, zatem

$$(1.124) \quad 10^{-4} \leq V_o / C_o < 2 \cdot 10^{-4}$$

Interferometr jest umieszczony na powierzchni Ziemi, więc prędkość \vec{V}_o interferometru jest równa prędkości punktu powierzchni Ziemi (laboratorium) względem eteru, a w przybliżeniu prędkością \vec{V}_{ze} środka Ziemi, względem eteru:

$$(1.125) \quad \vec{V}_o \approx \vec{V}_{ze}. \quad \text{Po uwzględnieniu nierówności (1.124) otrzymujemy:}$$

$$(1.126) \quad 10^{-4} \leq V_{ze} / C_o < 2 \cdot 10^{-4}, \quad V_{ze} \approx V_o$$

Nierówność (1.126) określa szybkość środka Ziemi względem eteru, wyrażoną względem szybkości światła C_o .

Szybkość środka Słońca V_{se} względem eteru określimy z zależności:

$$(1.121), (1.123), (1.125), (1.126).$$

Z równania (1.123): $V_{se}^2 \approx V_o^2 - V_{zs}^2$, po uwzględnieniu (1.125) otrzymujemy:

$$V_{se}^2 \approx V_{ze}^2 - V_{zs}^2, \quad \text{stąd po wykorzystaniu: (1.121), (1.126) dostajemy:}$$

$$(1.127) \quad 0 \leq V_{se} / C_o < 1,73 \cdot 10^{-4}$$

Nierówność (1.127) określa szybkość środka Słońca względem eteru, wyrażoną względem szybkości światła C_o .

I.5 PRĘDKOŚĆ ŚRODKA NASZEJ GALAKTYKI WZGLĘDEM ETERU
(względem wyróżnionego, absolutnego układu OX_oY_oZ_o)

Prędkość środka Słońca \vec{V}_{se} względem eteru, jest sumą wektorów:

$$(1.128) \quad \vec{V}_{se} = \vec{V}_{sg} + \vec{V}_{ge}$$

Wektor \vec{V}_{sg} jest prędkością środka Słońca wokół środka naszej Galaktyki.

Wartość modułu wektora \vec{V}_{sg} : $V_{sg} \approx 250 \text{ km/s}$

$$(1.129) \quad V_{sg} / C_o \approx 8,33 \cdot 10^{-4}$$

Wektor \vec{V}_{ge} jest prędkością środka naszej Galaktyki, względem eteru.

Z równania (1.128) otrzymujemy:

$$(1.130) \quad \vec{V}_{ge} = -\vec{V}_{sg} + \vec{V}_{se}$$

Z zależności: (1.127), (1.129), (1.130) określamy szybkość V_{ge} środka naszej Galaktyki, względem eteru:

$$(1.131) \quad (8,33-1,73) \cdot 10^{-4} < V_{ge} / C_o < (8,33+1,73) \cdot 10^{-4}$$

Nierówność (1.131) określa szybkość środka naszej Galaktyki, względem eteru, wyrażoną względem szybkości światła C_o .

Znając apeks $A_{sg}(\delta_{sg}, \alpha_{sg})$ ruchu Słońca wokół środka naszej Galaktyki, można określić w przybliżeniu apeks $A_{ge}(\delta_{ge}, \alpha_{ge})$ ruchu środka Galaktyki, względem eteru:

$$\delta_{ge} \approx -\delta_{sg},$$

$$\alpha_{ge} \approx \alpha_{sg} + 180^\circ,$$

gdzie: δ_{sg}, δ_{ge} deklinacje apeksów,
 α_{sg}, α_{ge} rektascensje apeksów.

PRĘDKOŚĆ INTERFEROMETRU

Prędkość absolutna interferometru \vec{V}_o jest sumą trzech wektorów:

$$\vec{V}_o = \vec{V}_r + \vec{V}_{zs} + \vec{V}_{se} \quad \text{zależność (1.120),}$$

gdzie: \vec{V}_r prędkość obwodowa punktu U powierzchni Ziemi,
 w którym umieszczony jest interferometr (obserwator),
 \vec{V}_{zs} prędkość środka Ziemi wokół Słońca,
 \vec{V}_{se} prędkość środka Słońca, względem eteru.

Prędkość środka Słońca \vec{V}_{se} , względem eteru, jest prostopadła do płaszczyzny ekliptyki.

Nieznany jest jednak kierunek tej prędkości (wektora).

Będziemy zatem rozpatrywać dwa wektory prostopadłe do płaszczyzny ekliptyki:

$$\text{wektor } \vec{V}_{se} \text{ oraz wektor } \vec{V}_{se1} = -\vec{V}_{se} \quad (\text{Rys. 8}).$$

Otrzymamy dwa wektory:

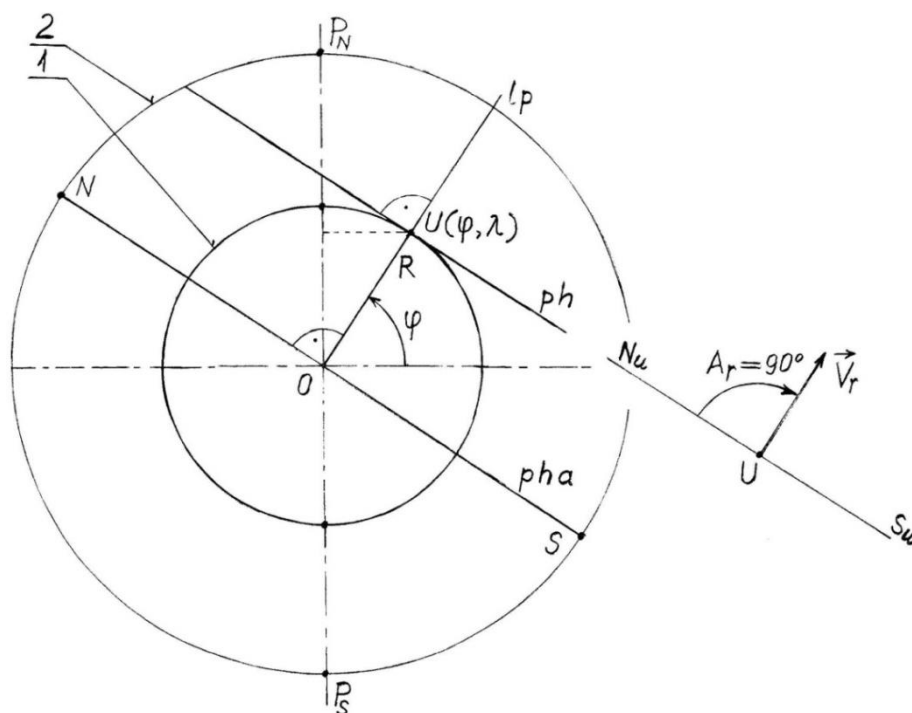
$$(2.1) \quad \vec{V}_{01} = \vec{V}_r + \vec{V}_{zs} + \vec{V}_{se}$$

$$(2.2) \quad \vec{V}_{02} = \vec{V}_r + \vec{V}_{zs} + \vec{V}_{se1}$$

Prędkość absolutna interferometru \vec{V}_o jest zatem wektorem: $\vec{V}_o = \vec{V}_{01}$ lub wektorem: $\vec{V}_o = \vec{V}_{02}$.

W tym rozdziale, współrzędne wektorów \vec{V}_{01} , \vec{V}_{02} wyznaczone zostały w układzie horyzontalnym.

II.1 PRĘDKOŚĆ OBWODOWA \vec{V}_r PUNKTU $U(\varphi, \lambda)$ POWIERZCHNI ZIEMI.



Rys. 5 Prędkość obwodowa \vec{V}_r i azymut A_r tej prędkości.

- OZNACZENIA:
- 1 kula ziemiska,
 - 2 południk niebieski obserwatora,
 - $U(\varphi, \lambda)$ miejsce (punkt) o współrzędnych geograficznych φ, λ , w którym umieszczony został interferometr (obserwator),
 - lp linia pionu przechodząca przez punkt $U(\varphi, \lambda)$ i środek kuli ziemskiej O ,
 - pha płaszczyzna horyzontu astronomicznego (jej rzut), przechodząca przez środek kuli ziemskiej O i prostopadła do linii pionu lp ,
 - ph płaszczyzna horyzontu (jej rzut), przechodząca przez punkt $U(\varphi, \lambda)$, prostopadła do linii pionu lp ,
 - N punkt północny horyzontu,
 - S punkt południowy horyzontu,
 - Linia $N_u S_u$ linia przecięcia się płaszczyzny horyzontu przechodzącej przez punkt $U(\varphi, \lambda)$, z płaszczyzną południka niebieskiego obserwatora,
 - R promień kuli ziemskiej,
 - A_r azymut prędkości obwodowej Ziemi \vec{V}_r .

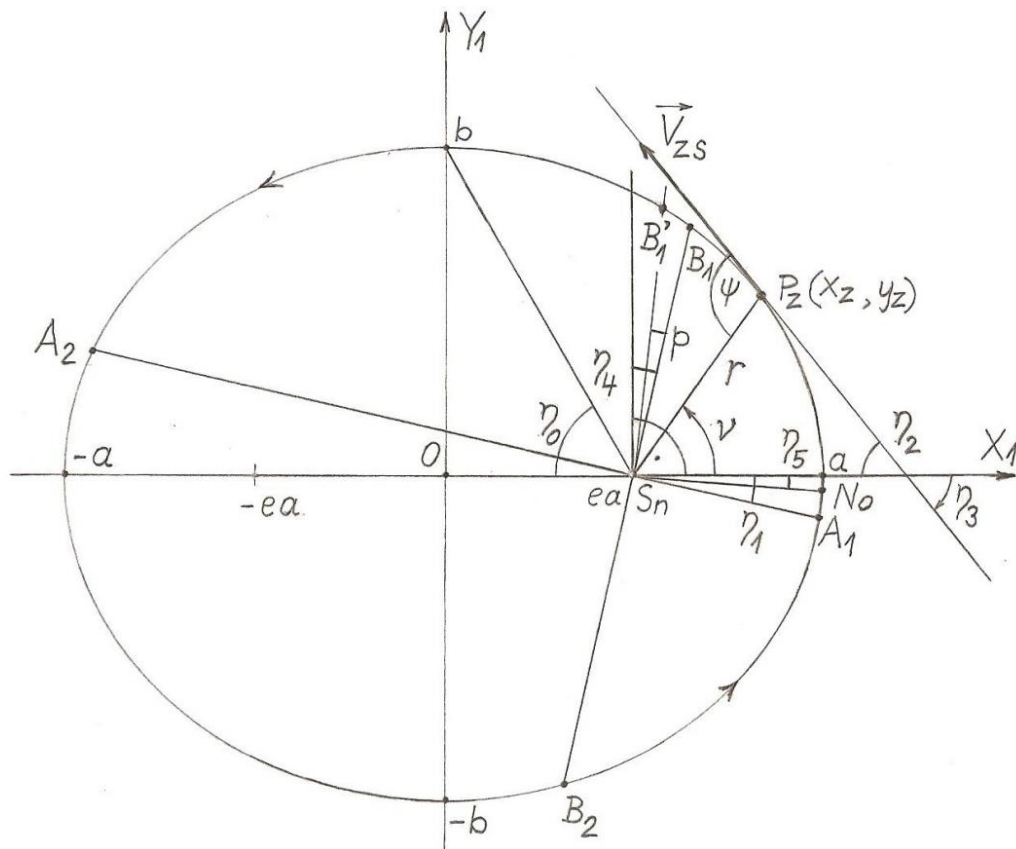
Szybkość obwodowa V_r punktu $U(\varphi, \lambda)$:

$$(2.3) \quad V_r = \omega R \cos \varphi, \quad \text{gdzie:}$$

ω szybkość kątowa obrotu Ziemi.

Prędkość obwodowa \vec{V}_r jest na płaszczyźnie horyzontu, przechodzącej przez punkt $U(\varphi, \lambda)$.

II.2 PRĘDKOŚĆ ŚRODKA ZIEMI \vec{V}_{zs} WOKÓŁ SŁOŃCA



Rys. 6 Ruch Ziemi po orbicie wokół Słońca

OZNACZENIA:

- a średnia odległość Ziemi od Słońca,
 - b mała półoś orbity Ziemi,
 - r promień wodzący,
 - v anomalia prawdziwa,
 - ψ kąt $\angle(r, \vec{V}_{zs})$,
 - p roczna precesja w ekliptyce (w długości),
 - e ekscentryczność orbity Ziemi,
 - S_n środek Słońca,
 - P_z punkt na orbicie, w którym znajduje się środek Ziemi,
 - \vec{V}_{zs} prędkość środka Ziemi wokół Słońca,
 - A_1 stanowisko zimowe (położenie Ziemi gdy zaczyna się zima astronomiczna),
 - A_2 stanowisko letnie (położenie Ziemi gdy zaczyna się lato astronomiczne),
 - B_1 położenie Ziemi w czasie równonocy wiosennej,
 - B_1' położenie Ziemi w czasie równonocy wiosennej,
 - w poprzednim roku zwrotnikowym,
 - B_2 położenie Ziemi w czasie równonocy jesiennej,
 - No położenie Ziemi gdy zaczyna się nowy rok kalendarzowy czasu UT,
 - UT Universal Time,
- | | | | |
|-----------|----------|-----------|-------|
| $B_1'A_2$ | wiosna, | $A_2 B_2$ | lato, |
| $B_2 A_1$ | jesień , | $A_1 B_1$ | zima. |

II.2.1 WYZNACZANIE KĄTA ψ

Współrzędne środka Ziemi $P_z(x_z, y_z)$ na orbicie w układzie współrzędnych OX₁Y₁:

$$(13^*) \quad x_z = e a + r \cos \nu = e a + \frac{a \cos \nu (1-e^2)}{1+e \cos \nu}, \quad r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \nu}$$

$$(14^*) \quad y_z = r \sin \nu = \frac{a \sin \nu (1-e^2)}{1+e \cos \nu}$$

Równanie linii stycznej do orbity Ziemi, w punkcie $P_z(x_z, y_z)$:

$$\frac{x_1 x_z}{a^2} + \frac{y_1 y_z}{b^2} = 1, \quad b = \sqrt{a^2 - (e a)^2}$$

Po przekształceniu otrzymujemy
$$y_1 = -\frac{b^2 x_z}{a^2 y_z} x_1 + \frac{b^2}{y_z}$$

Zatem współczynnik kątowy linii stycznej do orbity, w punkcie $P_z(x_z, y_z)$ wynosi:

$$(15^*) \quad \operatorname{tg} \eta_3 = -\frac{b^2 x_z}{a^2 y_z} = -(b/a)^2 \frac{x_z}{y_z}$$

Stosując równania (13*), (14*) otrzymujemy iloraz:

$$\frac{x_z}{y_z} = \frac{e(1+e \cos \nu)}{\sin \nu (1-e^2)} + \frac{1}{\operatorname{tg} \nu}$$

Z równania (15*) dostajemy:

$$(2.4) \quad \eta_3 = \operatorname{arctg} \left[-(b/a)^2 \left(\frac{e(1+e \cos \nu)}{\sin \nu (1-e^2)} + \frac{1}{\operatorname{tg} \nu} \right) \right], \quad \nu \neq 0, \quad \nu \neq 180^\circ, \quad \nu \neq 360^\circ,$$

$$(2.5) \quad \eta_2 = |\eta_3| \quad (\text{Rys. 6}),$$

$$(2.6) \quad \eta_0 = \operatorname{arctg} \frac{b}{ea} \quad (\text{Rys. 6}), \quad \text{zatem}$$

$$(2.7) \quad \psi = \nu + \eta_2, \quad \text{gdy} \quad 0 < \nu \leq 180^\circ - \eta_0$$

$$(2.8) \quad \psi = \nu - \eta_2, \quad \text{gdy} \quad 180^\circ - \eta_0 < \nu < 180^\circ$$

$$(2.9) \quad \psi = -180^\circ + \nu + \eta_2, \quad \text{gdy} \quad 180^\circ < \nu \leq 180^\circ + \eta_0$$

$$(2.10) \quad \psi = -180^\circ + \nu - \eta_2, \quad \text{gdy} \quad 180^\circ + \eta_0 < \nu < 360^\circ,$$

gdzie: ν anomalia prawdziwa (Rys. 6).

II.2.2 WYZNACZANIE KĄTA ν

Anomalia prawdziwa ν jest kątem zawartym pomiędzy promieniem wodzącym r i kierunkiem od środka Słońca do punktu na orbicie, który znajduje się najbliżej Słońca (perihelium).

Kąt ν , odpowiadający określonej chwili, możemy wyznaczyć z drugiego prawa Keplera:

$$r^2 \frac{d\nu}{dt} = C_1 = \text{const}$$

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \nu} \quad (\text{promień wodzący})$$

Z równań tych otrzymujemy całkę:

$$t(\nu) = \frac{[a(1-e^2)]^2}{C_1} \int \frac{d\nu}{(1+e \cos \nu)^2}$$

Po scałkowaniu dostajemy:

$$(2.11) \quad t(\nu) = \frac{[a(1-e^2)]^2}{C_1} \left[- \frac{e \sin \nu}{(1-e^2)(1+e \cos \nu)} + \frac{1}{1-e^2} \left(\frac{2}{\sqrt{1-e^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-e^2} \operatorname{tg}(\nu/2)}{1+e} \right) \right] + C_2$$

Przyjmijmy warunek początkowy

$$\nu=0 \Rightarrow t=0, \quad \text{stąd stała całkowania } C_2=0, \quad \text{zatem}$$

$$t(\nu) = \frac{a^2(1-e^2)}{C_1} e \left(\frac{2}{e\sqrt{1-e^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-e^2} \operatorname{tg}(\nu/2)}{1+e} - \frac{\sin \nu}{1+e \cos \nu} \right).$$

Z warunku $\nu=180^\circ \Rightarrow t(\nu) = \frac{T_{rg}}{2}$, gdzie: T_{rg} jest rokiem gwiazdowym, określimy stałą C_1

$$\frac{T_{rg}}{2} = \frac{a^2 e (1-e^2)}{C_1} \frac{2}{e\sqrt{1-e^2}} \frac{\pi}{2}, \quad \text{stąd:}$$

$$(2.12) \quad C_1 = \frac{2\pi a^2(1-e^2)}{T_{rg} \sqrt{1-e^2}}, \quad \text{zatem}$$

$$(2.13) \quad t(\nu) = \frac{e\sqrt{1-e^2} T_{rg}}{2\pi} \left(\frac{2}{e\sqrt{1-e^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-e^2} \operatorname{tg}(\nu/2)}{1+e} - \frac{\sin \nu}{1+e \cos \nu} \right)$$

Funkcja $t(\nu)$ ma wartości ujemne, gdy $\nu > 180^\circ$.

W celu uniknięcia ujemnych wartości czasu, wprowadzamy dwie funkcje:

$$(2.14) \quad t_1(\nu) = t(\nu), \quad \text{gdy } 0 \leq \nu < 180^\circ$$

$$(2.15) \quad t_2(\nu) = T_{rg} + t(\nu), \quad \text{gdy } 180^\circ < \nu < 360^\circ$$

Wprowadźmy oznaczenia: T_{rz} rok zwrotnikowy,

T_z czas trwania zimy astronomicznej.

$$T_z = t_1(90^\circ - \eta_4) + T_{rg} - t_2(360^\circ - \eta_1) \quad (\text{Rys. 6}), \quad \text{po przekształceniu}$$

$$T_z = t(90^\circ - \eta_4) - t(360^\circ - \eta_1).$$

Kąt $\eta_4 = \eta_1 + \Delta p$ (Rys. 6), gdzie:

$$(2.16) \quad \Delta p = (T_z / T_{rz}) p \quad \text{precesja w ekliptyce (w długości), w czasie trwania zimy astronomicznej.}$$

Zatem

$$(2.17) \quad T_z = t(90^\circ - \Delta p - \eta_1) - t(360^\circ - \eta_1)$$

Z równania (2.17) można obliczyć wartość kąta η_1 (metodą kolejnych przybliżeń), gdy znamy czas T_z trwania zimy astronomicznej.

Oznaczmy przez T_a czas, jaki upłynął od początku zimy astronomicznej czasu UT (punkt A_1 , Rys. 6) do momentu, gdy Ziemia jest najbliżej Słońca (perihelium).

Czas T_a wyznaczmy z następującej zależności:

$$(2.18) \quad T_a = T_{rg} - t_2(360^\circ - \eta_1) = -t(360^\circ - \eta_1) = t(\eta_1)$$

Oznaczmy przez T_b czas, jaki upłynął od początku zimy astronomicznej, do końca roku kalendarzowego czasu UT (punkt No , Rys. 6).

$$T_b < T_a$$

Różnica czasów T_a, T_b wynosi:

$T_a - T_b = T_{rg} - t_2(360^\circ - \eta_5)$. Po przekształceniu tego równania otrzymujemy:

$$T_a - T_b = -t(360^\circ - \eta_5) = t(\eta_5), \quad \text{zatem}$$

$$(16^*) \quad T_a - T_b = t(\eta_5)$$

Wróćmy do równania (2.11) i przyjmijmy następujący warunek początkowy:

$$\nu = -\eta_5 \Rightarrow t(\nu) = 0, \quad \text{przy wartości stałej } C_1 \text{ określonej zależnością (2.12).}$$

Stąd otrzymujemy stałą całkowania C_2 :

$$C_2 = \frac{e \sqrt{1-e^2} T_{rg}}{2\pi} \left(\frac{2}{e \sqrt{1-e^2}} \arctg \frac{\sqrt{1-e^2} \operatorname{tg}(\eta_5 / 2)}{1+e} - \frac{\sin \eta_5}{1+e \cos \eta_5} \right) = t(\eta_5)$$

$C_2 = t(\eta_5)$. Po uwzględnieniu równania (16*) dostajemy:

$$(2.19) \quad C_2 = T_a - T_b$$

Możemy teraz określić zależność czasu UT od kąta ν (anomalii prawdziwej):

$$(2.20) \quad t_3(\nu) = t(\nu) + (T_a - T_b), \quad \text{gdy} \quad 0 \leq \nu < 180^\circ$$

$$(2.21) \quad t_4(\nu) = T_{rg} + t(\nu) + (T_a - T_b), \quad \text{gdy} \quad 180^\circ < \nu < 360^\circ$$

Z równań (2.20), (2.21) obliczamy wartość kąta ν , dla dowolnie ustalonego czasu UT, metodą kolejnych przybliżeń.

II.2.3 AZYMUT I WYSOKOŚĆ PRĘDKOŚCI ŚRODKA ZIEMI \vec{V}_{zs}

Poniższe definicje dotyczą wektorów: \vec{V}_{zs} , \vec{V}_{se} , $\vec{V}_{sel} = -\vec{V}_{se}$.

Wektory \vec{V}_{se} , \vec{V}_{sel} są również prędkościami środka kuli ziemskiej.

Deklinacja δ wektora jest kątem zawartym między tym wektorem a płaszczyzną równika niebieskiego.

Gryniczowski kąt godzinny **GHA** wektora jest kątem dwuściennym, jaki tworzy półkole południka niebieskiego w Greenwich z półkołem godzinnym, przechodzącym przez ten wektor. Liczy się go od półkoła południka niebieskiego w Greenwich, w kierunku zachodnim.

Miejscowy kąt godzinny **LHA** wektora jest kątem dwuściennym, jaki tworzy półkole południka niebieskiego obserwatora z półkołem godzinnym, przechodzącym przez ten wektor.

Rektascensja α wektora jest kątem dwuściennym, jaki tworzy półkole godzinne, przechodzące przez punkt równonocy wiosennej (punkt Barana) z półkołem godzinnym, przechodzącym przez ten wektor. Rektascensję liczymy od punktu Barana, w kierunku wschodnim.

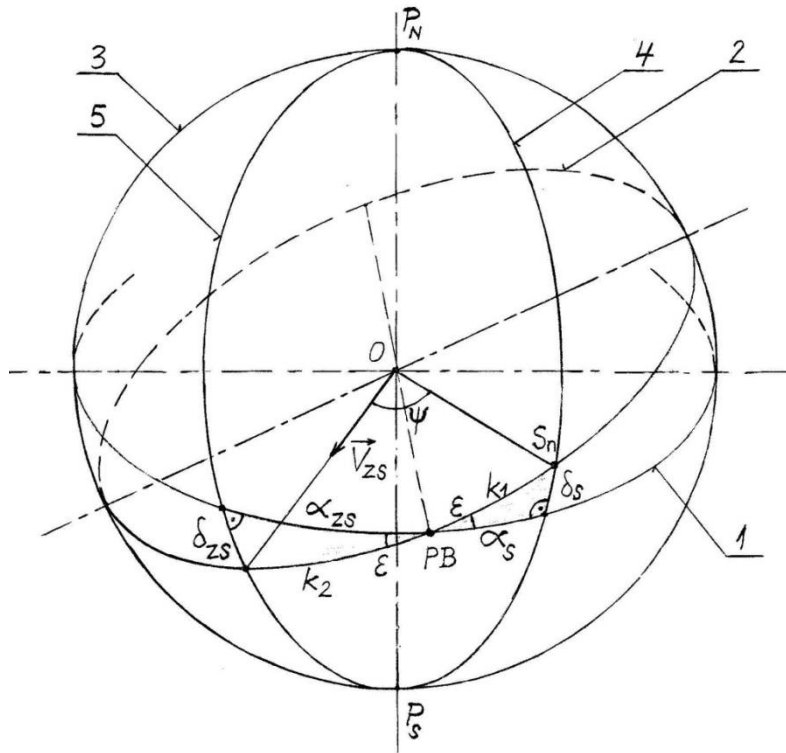
Wysokość H wektora jest kątem zawartym między tym wektorem a płaszczyzną horyzontu.

Azymut A wektora jest kątem dwuściennym zawartym między południkiem niebieskim obserwatora, a półkołem przechodzącym przez linię pionu i ten wektor, liczonym od punktu północnego horyzontu.

Azymut A wektora jest również kątem zawartym między linią $N_u S_u$, a rzutem wektora na płaszczyznę horyzontu, przechodzącą przez punkt $U(\varphi, \lambda)$, liczonym od kierunku północnego (N_u , Rys. 9).

Obserwator znajduje się w miejscu umieszczenia interferometru.

Wymienione definicje są analogiczne do definicji, dotyczących ciał niebieskich.



Rys. 7 Współrzędne układu równikowego: deklinacje, rektascensje.

OZNACZENIA:

- O środek kuli ziemskiej ,
- 1 równik niebieski
- 2 ekliptyka,
- 3 sfera niebieska,
- 4, 5 półkoła godzinne,
- S_n środek Słońca,
- PB punkt Barana,
- ε nachylenie ekliptyki do równika,
- α_s rektascensja Słońca,
- δ_s deklinacja Słońca,
- α_{zs} rektascensja prędkości \vec{V}_{zs} ,
- δ_{zs} deklinacja prędkości \vec{V}_{zs} .
- ψ kąt $\sphericalangle(r, \vec{V}_{zs})$ zależności (2.7),..., (2.10).

Z dwóch prostokątnych trójkątów sferycznych, uwidoczonych na Rys. 7, wyznaczmy rektascensję α_{zs} oraz deklinację δ_{zs} prędkości środka Ziemi \vec{V}_{zs} .

$$\operatorname{tg} \alpha_s = \operatorname{tg} k_1 \cos \varepsilon, \quad \text{stąd}$$

$$(2.22) \quad k_1 = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_s}{\cos \varepsilon}, \quad \text{gdy} \quad 0 \leq \alpha_s < 90^\circ, \quad (2.28a)$$

$$(2.23) \quad k_1 = 180^\circ + \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_s}{\cos \varepsilon}, \quad \text{gdy} \quad 90^\circ < \alpha_s < 270^\circ$$

$$(2.24) \quad k_1 = 360^\circ + \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_s}{\cos \varepsilon}, \quad \text{gdy} \quad 270^\circ < \alpha_s < 360^\circ$$

$$(2.25) \quad k_2 = k_1 - \psi \quad (\text{Rys. 7}).$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{zs} = \operatorname{tg} k_2 \cos \varepsilon, \quad \text{stąd}$$

$$(2.26) \quad \alpha_{zs} = \arctg(\operatorname{tg} k_2 \cos \varepsilon), \quad \text{gdy} \quad -90^\circ < k_2 < 90^\circ$$

$$(2.27) \quad \alpha_{zs} = 180^\circ + \arctg(\operatorname{tg} k_2 \cos \varepsilon), \quad \text{gdy} \quad 90^\circ < k_2 < 270^\circ$$

$$(2.28) \quad \begin{aligned} \sin \delta_{zs} &= \sin k_2 \sin \varepsilon, & \text{stąd} \\ \delta_{zs} &= \arcsin(\sin k_2 \sin \varepsilon) \end{aligned}$$

Jeżeli wartość α_s jest bardzo mała, wtedy $\psi \approx 90^\circ,9286$, bo anomalia prawdziwa $\nu \approx 76^\circ,846$.

Przedział (2.26) jest spełniony, gdy $k_1 > \operatorname{frac}(\psi) = \operatorname{frac}(90,9286) = 0^\circ,9286$.

$$(2.28a) \quad \alpha_s = \arctg(\operatorname{tg} 0^\circ,9286 \cos \varepsilon) \approx 0^\circ,852. \text{ Zatem przedział (2.22) przyjmuje postać:}$$

$$0^\circ,852 < \alpha_s < 90^\circ$$

Kąty w układzie równikowym, potrzebne do wyznaczenia współrzędnych wektora \vec{V}_{zs} w układzie horyzontalnym:

$$(2.29) \quad \begin{aligned} GHA_{zs} &= GHA_{aries} - \alpha_{zs} \\ LHA_{zs} &= GHA_{zs} + \lambda, \end{aligned} \quad \text{zatem}$$

$$(2.30) \quad LHA_{zs} = GHA_{aries} - \alpha_{zs} + \lambda, \quad \text{gdzie:}$$

- GHA_{aries} grynichowski kąt godzinny (Greenwich Hour Angle) punktu Barana,
- GHA_{zs} grynichowski kąt godzinny prędkości \vec{V}_{zs} ,
- LHA_{zs} miejscowy kąt godzinny (Local Hour Angle) prędkości \vec{V}_{zs} ,
- α_{zs} rektascensja prędkości \vec{V}_{zs} ,
- λ długość geograficzna miejsca (punktu U, Rys. 5), w którym został umieszczony interferometr (obserwator).

Wysokość H_{zs} prędkości \vec{V}_{zs} w układzie horyzontalnym:

$$\sin H_{zs} = \cos \delta_{zs} \cos \varphi \cos LHA_{zs} + \sin \delta_{zs} \sin \varphi, \quad \text{gdzie:}$$

φ szerokość geograficzna miejsca (punktu U, Rys. 5), w którym został

umieszczony interferometr (obserwator). Stąd

$$(2.31) \quad H_{zs} = \arcsin(\cos \delta_{zs} \cos \varphi \cos LHA_{zs} + \sin \delta_{zs} \sin \varphi)$$

Azymut A_{zs} prędkości \vec{V}_{zs} liczony w zakresie od 0 do 360° od punktu północnego horyzontu:

$$\sin A_{zs} = \frac{-\cos \delta_{zs} \sin LHA_{zs}}{\cos H_{zs}} \quad \text{uzupełnienie (U.31).}$$

$$\cos A_{zs} = \frac{\sin \delta_{zs} - \sin H_{zs} \sin \varphi}{\cos H_{zs} \cos \varphi}$$

Wprowadźmy oznaczenia:

$$(2.32) \quad d_{zs} = \frac{\sin \delta_{zs} - \sin H_{zs} \sin \varphi}{\cos H_{zs} \cos \varphi}, \quad (d_{zs} = \cos A_{zs})$$

$$(2.33) \quad z_{zs} = d_{zs} / |d_{zs}|, \quad A_{zs} \neq 90^\circ, \quad A_{zs} \neq 270^\circ. \quad \text{Zatem}$$

$$(2.34) \quad A_{zs} = 90^\circ (3 + z_{zs}) - z_{zs} \arcsin \left(\frac{\cos \delta_{zs} \sin LHA_{zs}}{\cos H_{zs}} \right)$$

II.2.4 SZYBKOŚĆ V_{zs} ŚRODKA ZIEMI WOKÓŁ SŁOŃCA

Szybkość V_{zs} środka Ziemi wokół Słońca, wyznaczymy z drugiego prawa Keplera:

$$r^2 \frac{dv}{dt} = C_1$$

Możemy napisać $r \left(r \frac{dv}{dt} \right) M = C_1 M$, gdzie: M masa planety.

$$r \frac{dv}{dt} = V_{zs} \cos(\psi - 90^\circ) = V_{zs} \sin(180^\circ - \psi), \quad \text{zatem}$$

$$(17^*) \quad r V_{zs} M \sin(180^\circ - \psi) = C_1 M$$

Lewa strona równania (17*) wyraża moduł momentu pędu planety (Rys. 6).

Z równania (17*) otrzymujemy:

$$V_{zs} = \frac{C_1}{r \sin \psi}, \quad \text{gdzie: } C_1 = \frac{2\pi a^2 (1-e^2)}{T_{rg} \sqrt{1-e^2}} \quad \text{zależność (2.12),}$$

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v} \quad \text{promień wodzący,}$$

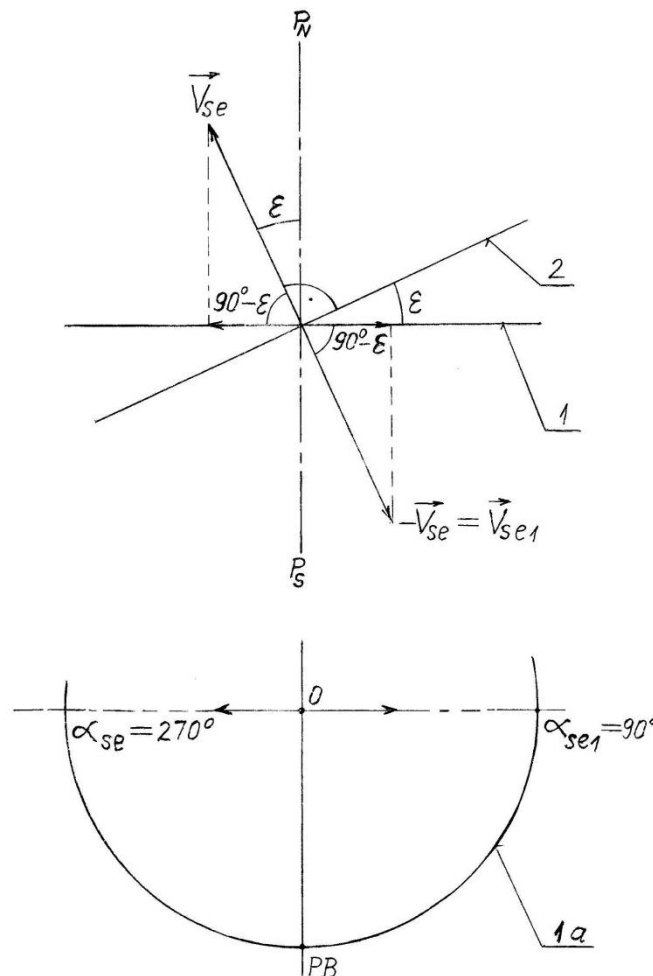
$$\psi \quad \text{kat } \psi \quad \text{zależności (2.7), \dots, (2.10),}$$

$$T_{rg} \quad \text{rok gwiazdowy.}$$

Zatem

$$(2.35) \quad V_{zs} = \frac{2\pi a (1+e \cos v)}{T_{rg} \sqrt{1-e^2} \sin \psi}$$

II. 3 PRĘDKOŚCI ŚRODKA SŁOŃCA \vec{V}_{se} , $\vec{V}_{sel} = -\vec{V}_{se}$, WZGLĘDEM ETERU



Rys. 8 Współrzędne wektorów \vec{V}_{se} , $\vec{V}_{sel} = -\vec{V}_{se}$ (deklinacje, rektascensje). Wektory \vec{V}_{se} , \vec{V}_{sel} są również prędkościami środka kuli ziemskiej.

OZNACZENIA (dotyczą Rys. 8):

O	środek kuli ziemskiej,
1	płaszczyzna równika niebieskiego (jej rzut),
1 a	równik niebieski,
2	płaszczyzna ekliptyki (jej rzut),
ε	nachylenie ekliptyki do równika,
PB	punkt Barana,
\vec{V}_{se}	prędkość środka Słońca względem eteru,
$\vec{V}_{se1} = -\vec{V}_{se}$	prędkość środka Słońca względem eteru,
α_{se}	rektascensja prędkości \vec{V}_{se} ,
α_{se1}	rektascensja prędkości $\vec{V}_{se1} = -\vec{V}_{se}$.

Wektor	Moduł wektora	Rektascensja wektora	Deklinacja wektora
\vec{V}_{se}	V_{se}	$\alpha_{se} = 270^\circ (-90^\circ)$	$\delta_{se} = 90^\circ - \varepsilon$
\vec{V}_{se1}	V_{se}	$\alpha_{se1} = 90^\circ$	$\delta_{se1} = -(90^\circ - \varepsilon)$

TABELA 9 (dotyczy Rys. 8)

Szybkość środka Słońca względem eteru, wyrażona względem szybkości światła C_0 , określona jest zależnością:

$$0 \leq V_{se} / C_0 < 1,73 \cdot 10^{-4} \quad (1.127).$$

II.3.1 AZYMUT I WYSOKOŚĆ PRĘDKOŚCI \vec{V}_{se}

Miejscowy kąt godzinny LHA_{se} prędkości \vec{V}_{se} :

$$(2.36) \quad LHA_{se} = GHA_{aries} - \alpha_{se} + \lambda$$

Wysokość H_{se} prędkości \vec{V}_{se} :

$$(2.37) \quad H_{se} = \arcsin(\cos \delta_{se} \cos \varphi \cos LHA_{se} + \sin \delta_{se} \sin \varphi)$$

Azymut prędkości \vec{V}_{se} , liczony w zakresie od 0 do 360° od punktu północnego horyzontu:

$$\sin A_{se} = \frac{-\cos \delta_{se}}{\cos H_{se}} \sin LHA_{se}$$

$$\cos A_{se} = \frac{\sin \delta_{se} - \sin H_{se} \sin \varphi}{\cos H_{se} \cos \varphi}$$

Wprowadźmy oznaczenia:

$$(2.38) \quad d_{se} = \frac{\sin \delta_{se} - \sin H_{se} \sin \varphi}{\cos H_{se} \cos \varphi}, \quad (d_{se} = \cos A_{se})$$

$$(2.39) \quad z_{se} = d_{se} / |d_{se}|, \quad A_{se} \neq 90^\circ, \quad A_{se} \neq 270^\circ. \quad \text{Zatem}$$

$$(2.40) \quad A_{se} = 90^\circ (3 + z_{se}) - z_{se} \arcsin \left(\frac{\cos \delta_{se}}{\cos H_{se}} \sin LHA_{se} \right)$$

II.3.2 AZYMUT I WYSOKOŚĆ PRĘDKOŚCI \vec{V}_{sel}

Miejscowy kąt godzinny LHA_{sel} prędkości $\vec{V}_{sel} = -\vec{V}_{se}$:

$$(2.41) \quad LHA_{sel} = GHA_{aries} - \alpha_{sel} + \lambda$$

Wysokość H_{sel} prędkości \vec{V}_{sel} :

$$(2.42) \quad H_{sel} = \arcsin(\cos \delta_{sel} \cos \varphi \cos LHA_{sel} + \sin \delta_{sel} \sin \varphi)$$

Azymut prędkości \vec{V}_{sel} , liczymy w zakresie od 0 do 360° od punktu północnego horyzontu:

$$\sin A_{sel} = \frac{-\cos \delta_{sel}}{\cos H_{sel}} \sin LHA_{sel}$$

$$\cos A_{sel} = \frac{\sin \delta_{sel} - \sin H_{sel} \sin \varphi}{\cos H_{sel} \cos \varphi}$$

Wprowadźmy oznaczenia:

$$(2.43) \quad d_{sel} = \frac{\sin \delta_{sel} - \sin H_{sel} \sin \varphi}{\cos H_{sel} \cos \varphi}, \quad (d_{sel} = \cos A_{sel})$$

$$(2.44) \quad z_{sel} = d_{sel} / |d_{sel}|, \quad A_{sel} \neq 90^\circ, \quad A_{sel} \neq 270^\circ. \quad \text{Zatem}$$

$$(2.45) \quad A_{sel} = 90^\circ (3 + z_{sel}) - z_{sel} \arcsin \left(\frac{\cos \delta_{sel}}{\cos H_{sel}} \sin LHA_{sel} \right)$$

Kąty φ, λ są współrzędnymi geograficznymi punktu U (Rys. 5), w którym umieszczony jest interferometr (obserwator).

Wyprowadzone zależności (2.31), (2.34), (2.37), (2.40), (2.42), (2.45), na obliczanie wysokości i azymutów prędkości, dotyczą płaszczyzny horyzontu astronomicznego, przechodzącej przez środek kuli ziemskiej.

Płaszczyzna ta jest prostopadła do linii pionu, przechodzącej przez punkt U (φ, λ) (Rys. 5).

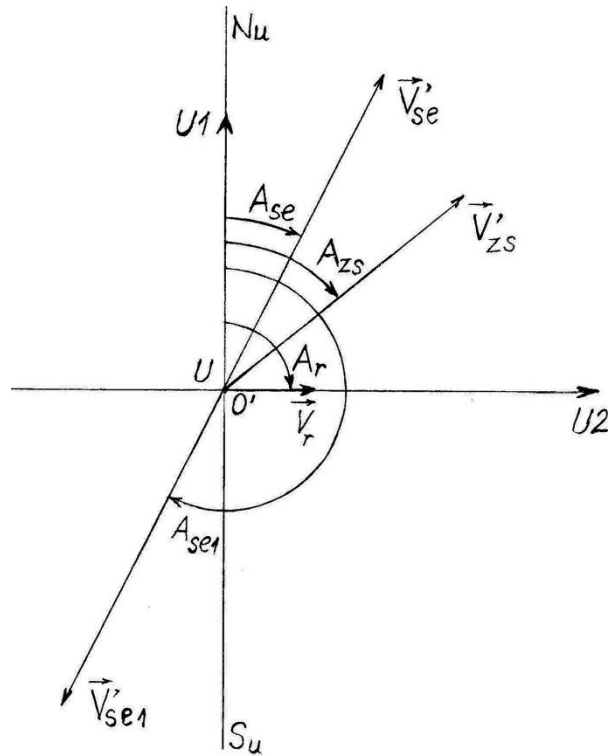
Wymienione zależności dotyczą także płaszczyzny horyzontu, przechodzącej przez punkt U (φ, λ) i również prostopadłej do linii pionu.

II.4 SUMA PRĘDKOŚCI W UKŁADZIE HORYZONTALNYM

Wprowadźmy prostokątny układ współrzędnych $O' U_1 U_2 U_3$ (Rys. 9).

Niech osie $O' U_1, O' U_2$ leżą na płaszczyźnie horyzontu przechodzącej przez punkt U (φ, λ).

Oś $O' U_1$ pokrywa się z linią $N_u S_u$. Oś $O' U_3$ pokrywa się z linią pionu, przechodzącą przez punkt U (φ, λ) (Rys. 5).



Rys. 9 Układ współrzędnych prostokątnych $O' U_1 U_2 U_3$.

Wektory \vec{V}_{zs} , \vec{V}_{se} , \vec{V}_{sel} są rzutami wektorów \vec{V}_{zs} , \vec{V}_{se} , \vec{V}_{sel} na płaszczyznę horyzontu, przechodzącą przez punkt $U(\varphi, \lambda)$.

Współrzędne prędkości:

$$\vec{V}_r = [0, \quad V_{ru2}, \quad 0]$$

$$\vec{V}_{zs} = [V_{zs\ u1}, \quad V_{zs\ u2}, \quad V_{zs\ u3}]$$

$$\vec{V}_{se} = [V_{se\ u1}, \quad V_{se\ u2}, \quad V_{se\ u3}]$$

$$\vec{V}_{sel} = [V_{sel\ u1}, \quad V_{sel\ u2}, \quad V_{sel\ u3}]$$

$$(2.46) \quad V_{ru2} = V_r = \omega R \cos \varphi \quad (2.3),$$

$$(2.47) \quad V_{zs\ u1} = V_{zs} \cos H_{zs} \cos A_{zs} \quad (2.31), (2.34),$$

$$(2.48) \quad V_{zs\ u2} = V_{zs} \cos H_{zs} \sin A_{zs}$$

$$(2.49) \quad V_{zs\ u3} = V_{zs} \sin H_{zs},$$

$$(2.50) \quad V_{se\ u1} = V_{se} \cos H_{se} \cos A_{se} \quad (2.37), (2.40),$$

$$(2.51) \quad V_{se\ u2} = V_{se} \cos H_{se} \sin A_{se}$$

$$(2.52) \quad V_{se\ u3} = V_{se} \sin H_{se}$$

$$(2.53) \quad V_{sel\ u1} = V_{se} \cos H_{sel} \cos A_{sel} \quad (2.42), (2.45),$$

$$(2.54) \quad V_{sel\ u2} = V_{se} \cos H_{sel} \sin A_{sel}$$

$$(2.55) \quad V_{sel\ u3} = V_{se} \sin H_{sel}$$

II.4.1 PRĘDKOŚĆ $\vec{V}_0 = \vec{V}_{01}$

$$\vec{V}_{01} = \vec{V}_r + \vec{V}_{zs} + \vec{V}_{se} \quad (2.1)$$

Współrzędne prędkości \vec{V}_{01} : $\vec{V}_{01} = [V_{01 u1}, V_{01 u2}, V_{01 u3}]$

$$(2.56) \quad V_{01 u1} = V_{zs u1} + V_{se u1}$$

$$(2.57) \quad V_{01 u2} = V_r u2 + V_{zs u2} + V_{se u2}$$

$$(2.58) \quad V_{01 u3} = V_{zs u3} + V_{se u3}$$

Moduł prędkości \vec{V}_{01} :

$$(2.59) \quad V_{01} = \sqrt{V_{01 u1}^2 + V_{01 u2}^2 + V_{01 u3}^2}$$

Wysokość H_{01} i azymut A_{01} prędkości \vec{V}_{01} :

$$(18*) \quad V_{01 u1} = V_{01} \cos H_{01} \cos A_{01}$$

$$(19*) \quad V_{01 u2} = V_{01} \cos H_{01} \sin A_{01}$$

$$(20*) \quad V_{01 u3} = V_{01} \sin H_{01}$$

Z równania (20*) wyznaczmy wysokość H_{01} prędkości \vec{V}_{01} :

$$(2.60) \quad H_{01} = \arcsin \frac{V_{01 u3}}{V_{01}}$$

Z równania (19*) otrzymujemy: $\sin A_{01} = \frac{V_{01 u2}}{V_{01} \cos H_{01}}$

Wprowadźmy oznaczenie:

$$(2.61) \quad z_{01} = V_{01 u1} / |V_{01 u1}|, \quad A_{01} \neq 90^0, \quad A_{01} \neq 270^0.$$

Azymut A_{01} prędkości \vec{V}_{01} , liczony w zakresie od 0 do 360° od punktu północnego horyzontu wynosi:

$$(2.62) \quad A_{01} = 90^0 (3 + z_{01}) + z_{01} \arcsin \frac{V_{01 u2}}{V_{01} \cos H_{01}}$$

II.4.2 PRĘDKOŚĆ $\vec{V}_0 = \vec{V}_{02}$

$$\vec{V}_{02} = \vec{V}_r + \vec{V}_{zs} + \vec{V}_{se1}, \quad (2.2)$$

Współrzędne prędkości \vec{V}_{02} :

$$\vec{V}_{02} = [V_{02 u1}, V_{02 u2}, V_{02 u3}]$$

$$(2.63) \quad V_{02 u1} = V_{zs u1} + V_{se1 u1}$$

$$(2.64) \quad V_{02 u2} = V_r u2 + V_{zs u2} + V_{se1 u2}$$

$$(2.65) \quad V_{02 u3} = V_{zs u3} + V_{se1 u3}$$

Moduł prędkości \vec{V}_{02} :

$$(2.66) \quad V_{02} = \sqrt{V_{02 u1}^2 + V_{02 u2}^2 + V_{02 u3}^2}$$

Wysokość H_{02} i azymut A_{02} prędkości \vec{V}_{02} .

$$(21*) \quad V_{02 u1} = V_{02} \cos H_{02} \cos A_{02}$$

$$(22*) \quad V_{02 u2} = V_{02} \cos H_{02} \sin A_{02}$$

$$(23*) \quad V_{02 u3} = V_{02} \sin H_{02}$$

Z równania (23*) wyznaczmy wysokość H_{02} wektora \vec{V}_{02} :

$$(2.67) \quad H_{02} = \arcsin \frac{V_{02 u3}}{V_{02}}$$

Z równania (22*) otrzymujemy: $\sin A_{02} = \frac{V_{02 u2}}{V_{02} \cos H_{02}}$

Wprowadźmy oznaczenie:

$$(2.68) \quad z_{02} = V_{02 u1} / |V_{02 u1}| \quad A_{02} \neq 90^0, \quad A_{02} \neq 270^0.$$

Azymut A_{02} prędkości \vec{V}_{02} , liczony w zakresie od 0 do 360^0 od punktu północnego horyzontu wynosi:

$$(2.69) \quad A_{02} = 90^0 (3 + z_{02}) + z_{02} \arcsin \frac{V_{02 u2}}{V_{02} \cos H_{02}}$$

Wielkość	Wartość wielkości
a	$149597 \cdot 10^3 \text{ km}$
e	0,01671
ε	$23^0,439 \approx 0,4090877 \text{ rad}$
p	$50'',292$
T_{rg}	$365^d,256366$
T_{rz}	$365^d,242199$
R	$6378,1 \text{ km}$
ω	$7,292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad / s}$

TABELA 10

W tabeli 10 podano wartości wielkości astronomicznych, które zostały wprowadzone do programu komputerowego PROGRAM Vo1Vo2 (Rozdział IV), w celu obliczenia współrzędnych prędkości \vec{V}_{zs} , \vec{V}_{01} (2.1), \vec{V}_{02} (2.2).

II.5 PRZYKŁAD

Należy obliczyć współrzędne prędkości \vec{V}_{zs} , \vec{V}_{01} (2.1), \vec{V}_{02} (2.2) w punkcie U, (Rys. 5) o współrzędnych geograficznych $\varphi = 50^0 34'$, $\lambda = 21^0 41'$, w dniu 15 grudnia 2009 roku, o godzinie 10.30 czasu UT. Współrzędne tych wektorów należy określić w układzie horyzontalnym.

W celu rozwiązania tego zadania, korzystamy z programu PROGRAM Vo1Vo2, który został przedstawiony w Rozdziale IV.

Oprócz wartości wielkości astronomicznych (zawartych w Tabeli 10 i wprowadzonych do tego programu) należy wprowadzić również wartości kątów: gryniczowskiego kąta godzinowego punktu Barana GHA_{aries} , rektascensji Słońca α_s , kąta ν (anomalii prawdziwej),

odpowiadających określone w tym zadaniu czasowi.

Wartości gryniczowskiego kąta godzinowego punktu Barana i rektascensji Słońca α_s , można odczytać z rocznika The Nautical Almanac:

$$GHA_{aries} = 238^0,716666, \quad GHA_{sun} = 338,70416666,$$

gdzie: GHA_{sun} gryniczowski kąt godzinny Słońca.

$$\alpha_s = GHA_{aries} - GHA_{sun} = 238,716666 - 338,70416666 = -99^0,9875, \quad \text{zatem}$$

$$\alpha_s = 360^0 - 99^0,9875 = 260^0,0125.$$

Wartość kąta ν wyznaczmy z zależności (2.13),..., (2.21).

Czas trwania zimy astronomicznej T_z .

Zima astronomiczna zaczęła się 21 grudnia 2008 roku o godzinie $12^h 3^m,7$ czasu UT.

Wiosna astronomiczna zaczęła się 20 marca 2009 roku o godzinie $11^h 43^m,7$ czasu UT.

Stąd czas trwania zimy astronomicznej T_z w latach 2008–2009, wynosi:

$$T_z = 88^d 23^h 40^m = 88,986111 \text{ dni}.$$

Precesja (w długości) w czasie trwania zimy astronomicznej:

z zależności (2.16) $\Delta p = (T_z / T_{rz}) 50''$, $292 = 12''$, $252 = 0^0$, 003403 .

Z równania (2.17) $88,986111 = t(90^0 - 0^0,003403 - \eta_1) - t(360^0 - \eta_1)$, obliczymy metodą kolejnych przybliżeń, wartość kąta η_1 :

$$\eta_1 = 13^0,212402$$

Z zależności (2.18) $T_a = t(\eta_1) = 12,966631 \text{ dni}$

T_b jest czasem, jaki upłynął od początku zimy astronomicznej 2008 roku, do końca roku kalendarzowego 2008. $T_b = 10^d 11^h 56^m,3 = 10,497430 \text{ dni}$,

zatem $T_a - T_b = 2,469201 \text{ dni}$.

$$180^0 < \nu < 360^0$$

Czas $t_4(\nu)$, jaki upłynie od początku roku kalendarzowego 2009 do godziny 10.30 czasu UT dnia 15 grudnia 2009, wyniesie:

$$t_4(\nu) = 349^d 10^h,5 = 349,4375 \text{ dni},$$

Z równania (2.21) $349,4375 = T_{rg} + t(\nu) + 2,469201$ obliczymy, metodą kolejnych przybliżeń, wartość kąta ν :

$$\nu = 341^0,37062$$

Po wprowadzeniu do programu PROGRAM Vo1Vo2 wartości kątów:

$$\begin{aligned} \varphi &= 50^0,566666, & \alpha_s &= 260^0,0125, \\ \lambda &= 21^0,683333, & GHAaries &= 238^0,7166666, \\ & & \nu &= 341^0,37062 \text{ oraz} \end{aligned}$$

$V_{se} = 0,7546 \cdot 10^{-4} C_0$ (szybkość środka Słońca względem eteru – Tabele 14 i 15, poz. 3),

otrzymujemy współrzędne prędkości: \vec{V}_{zs} , \vec{V}_{01} , \vec{V}_{02} w układzie horyzontalnym.

WYNIKI OBLICZEŃ:

Wektor \vec{V}_{zs}
$V_{zs} = 30,260827 \text{ km/s}$
$H_{zs} = 3^0,634934$
$A_{zs} = 271^0,711221$

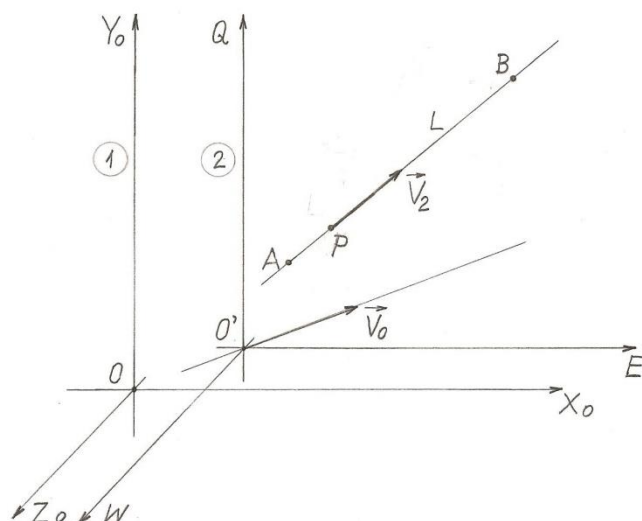
Wektor $\vec{V}_0 = \vec{V}_{01}$ (2.1)	Wektor $\vec{V}_0 = \vec{V}_{02}$ (2.2)
$V_{01} = 37,567689 \text{ km/s}$	$V_{02} = 37,544063 \text{ km/s}$
$H_{01} = 38^0,917536$	$H_{02} = -31^0,762285$
$A_{01} = 283^0,707819$	$A_{02} = 259^0,634191$

ROZDZIAŁ III

DRUGIE PRAWO RUCHU NEWTONA

Doświadczenia Michelsona oraz obliczone wartości przesunięć prążków interferencyjnych w modelu matematycznym, potwierdzają założenia istnienia eteru i stosowalność transformacji Galileusza.

Stosujemy zatem transformację Galileusza.



Rys. 10

Wprowadźmy dwa układy współrzędnych prostokątnych, (Rys. 10):

- 1) Wyróżniony, absolutny, inercjalny układ 1 współrzędnych prostokątnych $OX_oY_oZ_o$ (nieruchomy względem eteru).
- 2) Inercjalny układ 2 (układ $O'EQW$), poruszający się względem układu 1 ze stałą prędkością absolutną \vec{V}_o .

Oś $O'E$ jest równoległa do osi OX_o .

Oś $O'Q$ jest równoległa do osi OY_o .

Czasy w układach inercjalnych 1 i 2 są równe: $t_2 = t_1 = t$ (czas absolutny (3.51)).

Prędkość \vec{V}_1 cząstki P względem układu inercjalnego 1 (Rys. 10) wynosi:

$$(3.0) \quad \vec{V}_1 = \vec{V}_o + \vec{V}_2, \quad \text{gdzie:}$$

\vec{V}_2 prędkość cząstki P w układzie inercjalnym 2.

Przyspieszenia cząstki P w układach inercjalnych 1 i 2:

$$\frac{d\vec{V}_1}{dt} = \vec{a}_1, \quad \frac{d\vec{V}_1}{dt} = \frac{d(\vec{V}_o + \vec{V}_2)}{dt} = \frac{d\vec{V}_2}{dt} = \vec{a}_2, \quad \text{zatem } \vec{a}_2 = \vec{a}_1.$$

Isaac Newton przyjął stałą wartość masy cząstki:

$$m_2 = m_1 = \text{const}$$

Równania ruchu cząstki P, zgodnie z drugim prawem ruchu Newtona, mają postać:

$$(3.1) \quad \vec{F}_1 = \frac{d(m_1 \vec{V}_1)}{dt} = m_1 \frac{d\vec{V}_1}{dt} = m_1 \vec{a}_1, \quad \vec{F}_2 = \frac{d(m_2 \vec{V}_2)}{dt} = m_2 \frac{d\vec{V}_2}{dt} = m_2 \vec{a}_2, \quad \text{stad}$$

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_1$$

Drugie prawo ruchu Newtona jest więc niezmiennicze względem transformacji Galileusza. Prawa mechaniki Newtona są zatem takie same, w układach inercjalnych 1 i 2.

III.1 UWZGLĘDNIENIE ZMIENNEJ MASY CZĄSTKI W DRUGIM PRAWIE RUCHU NEWTONA

W rozdziale I wykazane zostało istnienie eteru oraz stosowalność transformacji Galileusza. Doświadczenia wskazują, że masa cząstki zależy od jej szybkości. Uwzględnijmy zatem zmienność masy cząstki w drugim prawie ruchu Newtona.

UKŁAD INERCJALNY 1 (nieruchomy względem eteru).

Przyjmijmy wyrażenie Hendrika A. Lorentza oznaczone literą γ :

$$(3.2) \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (V_1 / C_o)^2}}, \quad \text{gdzie:}$$

V_1 szybkość cząstki P w układzie inercjalnym 1,
 C_o szybkość światła w próżni, względem eteru.

$$(3.3) \quad V_{1\max} = C_o, \quad V_1 < V_{1\max}, \quad V_1 \rightarrow V_{1\max}$$

Szybkość $V_{1\max} = C_o$ jest graniczną szybkością cząstki P w układzie 1, jednakową we wszystkich kierunkach.

Warunek (3.3) ogranicza szybkość cząstki P względem eteru.

Założmy:

$$(3.4) \quad m_1 = m_1(V_1) = m_{o1} \gamma, \quad \text{gdzie:}$$

$m_{o1} = m_1(V_1 = 0)$ masa spoczynkowa cząstki P w układzie 1,
 $m_1(V_1)$ masa poruszającej się cząstki P w układzie 1.
 γ wyrażenie H.A. Lorentza (3.2).

Wprowadźmy zmienną masę cząstki P do drugiego prawa ruchu Newtona (3.1). Określmy masę cząstki zależnością (3.4):

$$(3.5a) \quad \vec{F}_1 = \frac{d(m_1 \vec{V}_1)}{dt}, \quad \text{gdzie: } m_1 = m_1(V_1) = m_{o1} \gamma \quad \text{zależność (3.4).}$$

$$(3.5b) \quad \vec{F}_1 = \frac{d(m_{o1} \gamma \vec{V}_1)}{dt}, \quad \text{po zróżniczkowaniu}$$

$$(3.5c) \quad \vec{F}_1 = m_{o1} \gamma \frac{d\vec{V}_1}{dt} + m_{o1} \frac{d\gamma}{dt} \vec{V}_1,$$

$$(3.5d) \quad \vec{F}_1 = m_{o1} \gamma \vec{a}_1 + m_{o1} \frac{d\gamma}{dt} \vec{V}_1.$$

Zależności (3.5 a,b,c,d) wyrażają drugie prawo ruchu Newtona, po wprowadzeniu zmiennej masy cząstki P w układzie 1.

UKŁAD INERCJALNY 2 (układ O'E_QW)

Szybkość graniczna $V_{2\max}$, rozprędzanej cząstki P, zależy od kąta $\alpha_{0,2}$ zawartego między wektorami \vec{V}_0, \vec{V}_2 .

$$(3.6) \quad \alpha_{0,2} = \angle(\vec{V}_0, \vec{V}_2), \quad \text{zatem} \quad V_{2\max} = V_{2\max}(\alpha_{0,2})$$

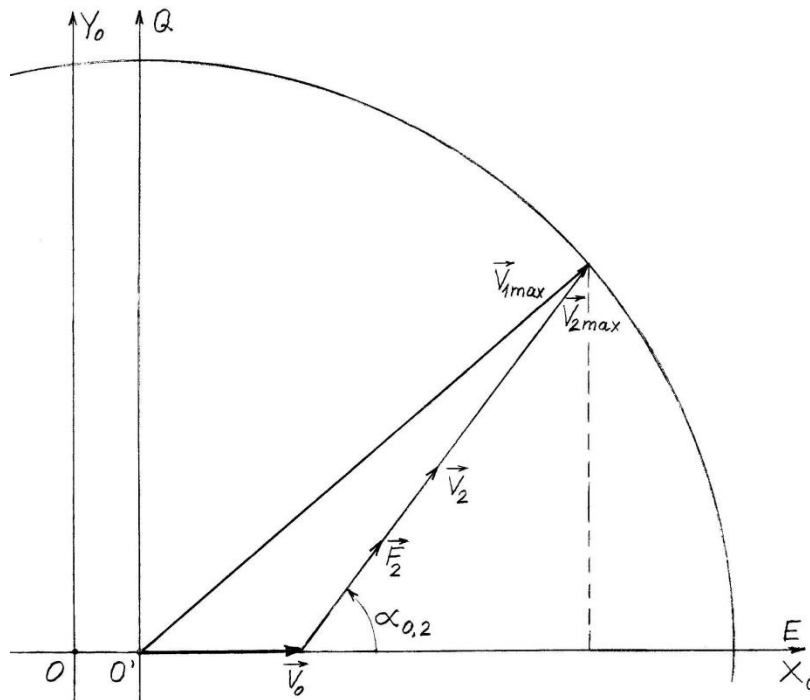
WYZNACZANIE SZYBKOSCI $V_{2\max}$

Szybkość $V_{2\max}$ jest graniczną szybkością cząstki P przy ustalonej szybkości V_0 układu 2, w danym kierunku (kątem $\alpha_{0,2}$) względem prędkości \vec{V}_0 .

ZAŁOŻENIA.

Cząstka P jest rozprędzana w dowolnym kierunku względem prędkości \vec{V}_0 (Rys.11).

- 1) Prędkość \vec{V}_0 jest równoległa do osi OX_0 .
Współrzędna prędkości: V_0 , gdzie: $0 < V_0 < C_0$.
- 2) Siła \vec{F}_2 działa na cząstkę w dowolnym kierunku. Kąt $\alpha_{0,2}$ jest dowolny.
- 3) Prędkość $\vec{V}_2(t=0) = 0$.



Rys.11 Siła \vec{F}_2 działa na cząstkę w dowolnym kierunku (kątem $\alpha_{0,2}$) względem prędkości \vec{V}_0

Współrzędne prędkości $\vec{V}_{2\max}$:

$$\vec{V}_{2\max} = [V_{2\max} \cos \alpha_{0,2}, \quad V_{2\max} \sin \alpha_{0,2}, \quad 0]$$

$$V_{2\max} > 0.$$

Współrzędne prędkości \vec{V}_0 :

$$\vec{V}_0 = [V_0, \quad 0, \quad 0]$$

Zgodnie z transformacją Galileusza $\vec{V}_0 + \vec{V}_{2\max} = \vec{V}_{1\max}$, zatem możemy napisać równania:

$$(V_0 + V_{2\max} \cos \alpha_{0,2})^2 + (V_{2\max} \sin \alpha_{0,2})^2 = V_{1\max}^2, \quad V_{1\max} = C_0 = \text{const} \quad (3.3).$$

Stąd otrzymujemy $V_{2\max}(\alpha_{0,2})$:

$$(3.7) \quad V_{2\max}(\alpha_{0,2}) = C_0[\sqrt{1 - (V_0/C_0)^2 \sin^2 \alpha_{0,2}} - (V_0/C_0) \cos \alpha_{0,2}], \quad \text{stąd}$$

$$(3.7a) \quad V_{2\max}(\alpha_{0,2} = 0) = C_0 - V_0,$$

$$(3.7b) \quad V_{2\max}(\alpha_{0,2} = 180^\circ) = C_0 + V_0.$$

Z równania (3.7) mamy nierówność: $C_0 - V_0 \leq V_{2\max}(\alpha_{0,2}) \leq C_0 + V_0$.

Jeżeli cząstka P jest rozpędzana w dowolnym kierunku (3.6), wtedy wyrażenie H.A. Lorentza (3.2) określamy następująco:

$$(3.8) \quad \gamma_a = \frac{1}{\sqrt{1 - (V_2/V_{2\max})^2}}, \quad \text{gdzie: } V_{2\max} \text{ zależność (3.7).}$$

$$V_2 < V_{2\max}, \quad V_2 \rightarrow V_{2\max}$$

Gdy cząstka P jest rozpędzana zgodnie z kierunkiem wektora \vec{V}_o ($\alpha_{0,2} = 0$), wtedy wyrażenie (3.8) przyjmuje postać γ_b :

$$(3.9) \quad \gamma_b = \frac{1}{\sqrt{1 - [V_2/(C_0 - V_o)]^2}} \quad \text{zgodnie z równaniem (3.7a).}$$

Gdy cząstka P jest rozpędzana w kierunku przeciwnym do wektora \vec{V}_o ($\alpha_{0,2} = 180^\circ$), wtedy wyrażenie (3.8) przyjmuje postać γ_c :

$$(3.10) \quad \gamma_c = \frac{1}{\sqrt{1 - [V_2/(C_0 + V_o)]^2}} \quad \text{zgodnie z równaniem (3.7b).}$$

Założmy:

$$(3.11) \quad m_2 = m_2(V_{2\max}, V_2) = m_{o2}\gamma_a, \quad \text{gdzie:}$$

$$m_2(V_{2\max}, V_2) \quad \text{masa poruszającej się cząstki P w układzie 2,}$$

$$m_{o2} = m_2(V_2 = 0) \quad \text{masa spoczynkowa cząstki P w układzie 2,}$$

$$\gamma_a \quad \text{wyrażenie (3.8).}$$

Wprowadźmy zmienną masę cząstki P do drugiego prawa ruchu Newtona (3.1). Określmy masę cząstki zależnością (3.11):

$$(3.12a) \quad \vec{F}_2 = \frac{d(m_2\vec{V}_2)}{dt}, \quad \text{gdzie: } m_2 = m_2(V_{2\max}, V_2) = m_{o2}\gamma_a \quad \text{zależność (3.11).}$$

$$(3.12b) \quad \vec{F}_2 = \frac{d(m_{o2}\gamma_a\vec{V}_2)}{dt}, \quad \text{po zróżniczkowaniu}$$

$$(3.12c) \quad \vec{F}_2 = m_{o2}\gamma_a \frac{d\vec{V}_2}{dt} + m_{o2} \frac{d\gamma_a}{dt} \vec{V}_2$$

$$(3.12d) \quad \vec{F}_2 = m_{o2}\gamma_a \vec{a}_2 + m_{o2} \frac{d\gamma_a}{dt} \vec{V}_2$$

Zależności (3.12 a,b,c,d) wyrażają drugie prawo ruchu Newtona, po wprowadzeniu zmiennej masy cząstki P, w układzie 2.

III.1.1 PRĘDKOŚĆ CZĄSTKI

PRĘDKOŚĆ CZĄSTKI W UKŁADZIE 2 (w układzie O'EQW)

Gdy rozpędzamy cząstkę P w układzie 2, wtedy jej szybkość V_2 zależy od kierunku rozpędzania cząstki względem wektora \vec{V}_o .

Jeżeli założymy $\vec{F}_2 = const$, wtedy z równania (3.12b) dostajemy:

$$d[\gamma_a V_2(t)] = \frac{F_2}{m_{o2}} dt, \quad \int d[\gamma_a V_2(t)] = \frac{F_2}{m_{o2}} \int dt. \text{ Po scałkowaniu}$$

$$V_2(t)\gamma_a = \frac{F_2}{m_{o2}} t + C_4. \text{ Z założenia } t=0 \Rightarrow V_2(t=0)=0 \text{ otrzymujemy stałą całkowania } C_4=0.$$

Stąd $V_2(t)\gamma_a = \frac{F_2}{m_{o2}} t$, $V_2(t)\gamma_a = k_4 t$, gdzie: $k_4 = \frac{F_2}{m_{o2}}$.

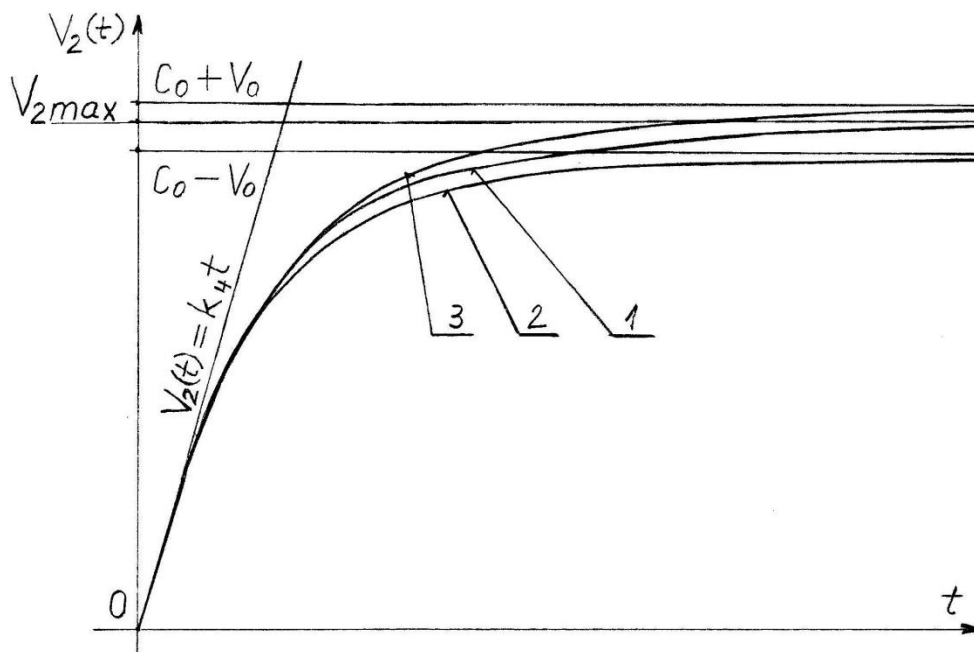
Szybkość $V_2(t)$ określamy następująco:

(3.13a) $V_2(t)\gamma_a = k_4 t$ gdy cząstka P jest rozpędzana w dowolnym kierunku (3.6) względem wektora \vec{V}_o .

(3.13b) $V_2(t)\gamma_b = k_4 t$ gdy cząstka P jest rozpędzana zgodnie z kierunkiem wektora \vec{V}_o ($\alpha_{0,2} = 0$),

(3.13c) $V_2(t)\gamma_c = k_4 t$ gdy cząstka P jest rozpędzana w kierunku przeciwnym do wektora \vec{V}_o ($\alpha_{0,2} = 180^\circ$),

Gdzie: γ_a wyrażenie (3.8), γ_b wyrażenie (3.9), γ_c wyrażenie (3.10),
 t czas działania stałej siły \vec{F}_2 na cząstkę P.



Rys.12 Zależności szybkości $V_2(t)$ od czasu działania stałej siły \vec{F}_2 na cząstkę P.

OZNACZENIA: 1 równanie (3.13a),
 2 równanie (3.13b),
 3 równanie (3.13c).

III.1.2 ENERGIA CZĄSTKI

ENERGIA CZĄSTKI W UKŁADZIE 2 (w układzie O'EQW).

Założmy $\alpha_{0,2} = \angle(\vec{V}_0, \vec{V}_2) = \text{const}$ (3.6), $\vec{V}_2(t=0) = 0$

Gdy na cząstkę P w układzie 2 działa siła \vec{F}_2 , to elementarna praca wykonana na drodze $d\vec{L}$ wynosi:

$$dE_2 = \vec{F}_2 \cdot d\vec{L}, \quad \text{gdzie:} \quad \vec{F}_2 = \frac{d(m_{o2}\gamma_a \vec{V}_2)}{dt} \quad (3.12b)$$

$$d\vec{L} = \vec{V}_2 dt$$

Stąd

$$dE_2 = \frac{d(m_{o2}\gamma_a \vec{V}_2)}{dt} \cdot \vec{V}_2 dt = m_{o2} d(\gamma_a \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_2 = m_{o2} (d\gamma_a \vec{V}_2 + \gamma_a d\vec{V}_2) \cdot \vec{V}_2 =$$

$$= m_{o2} (d\gamma_a \vec{V}_2 \cdot \vec{V}_2 + \gamma_a d\vec{V}_2 \cdot \vec{V}_2) = m_{o2} (d\gamma_a V_2^2 + \gamma_a V_2 dV_2).$$

Zatem $dE_2 = m_{o2} (d\gamma_a V_2^2 + \gamma_a V_2 dV_2)$

Różniczka $d\gamma_a$ wyrażenia (3.8) wynosi:

$$d\gamma_a = \frac{V_2 dV_2}{V_{2\max}^2 [1 - (V_2/V_{2\max})^2]^{3/2}},$$

zatem

$$dE_2 = m_{o2} \left(\frac{V_2^3 dV_2}{V_{2\max}^2 [1 - (V_2/V_{2\max})^2]^{3/2}} + \frac{V_2 dV_2}{[1 - (V_2/V_{2\max})^2]^{1/2}} \right)$$

Całkowita praca, jaką trzeba wykonać, aby cząstka P, spoczywająca w punkcie A w układzie 2, znalazła się na końcu drogi L w punkcie B z prędkością \vec{V}_2 (Rys. 10), wynosi:

$$E_2 = m_{o2} \int \left(\frac{V_2^3 dV_2}{V_{2\max}^2 [1 - (V_2/V_{2\max})^2]^{3/2}} + \frac{V_2 dV_2}{[1 - (V_2/V_{2\max})^2]^{1/2}} \right)$$

Po scałkowaniu otrzymujemy:

$$E_2 = \frac{m_{o2} V_{2\max}^2}{\sqrt{1 - (V_2/V_{2\max})^2}} + C_6$$

Z założenia $V_2 = 0 \Rightarrow E_2 = 0$ dostajemy równanie:

$$0 = m_{o2} V_{2\max}^2 + C_6, \quad \text{stąd stała całkowania } C_6 = -m_{o2} V_{2\max}^2. \quad \text{Zatem}$$

$$(3.14) \quad E_2 = \frac{m_{o2} V_{2\max}^2}{\sqrt{1 - (V_2/V_{2\max})^2}} - m_{o2} V_{2\max}^2, \quad E_2 = m_{o2} V_{2\max}^2 \gamma_a - m_{o2} V_{2\max}^2.$$

Praca E_2 jest równa energii kinetycznej E_k cząstki P.

$$(3.15) \quad E_2 = E_k = m_{o2} V_{2\max}^2 \gamma_a - m_{o2} V_{2\max}^2$$

Szybkość $V_{2\max}$ określa zależność (3.7).

Wyrażenie $m_{o2} V_{2\max}^2$, w równaniu (3.15), jest energią spoczynkową E_o cząstki P dla danego kierunku (3.6).

$$(3.16) \quad E_o = m_{o2} V_{2\max}^2$$

Wyrażenie $m_{o2} V_{2\max}^2 \gamma_a$, w równaniu (3.15), jest energią całkowitą E_s cząstki P w układzie 2.

$$(3.17) \quad E_s = m_{o2} V_{2\max}^2 \gamma_a.$$

Zatem równanie (3.15) przyjmuje postać:

$$E_k = E_s - E_o = m_{o2} V_{2\max}^2 (\gamma_a - 1)$$

$$(3.18) \quad E_k = m_{o2} V_{2\max}^2 (\gamma_a - 1) \quad \text{energia kinetyczna cząstki P w układzie 2.}$$

Po rozwinięciu wyrażenia γ_a (3.8) w szereg potęgowy dostajemy:

$$\gamma_a = 1 + \frac{1}{2}(V_2/V_{2\max})^2 + \frac{1.3}{2.4}(V_2/V_{2\max})^4 + \dots$$

Dla małych szybkości V_2 cząstki P: $\gamma_a \approx 1 + \frac{1}{2}(V_2/V_{2\max})^2$, zatem energia kinetyczna E_k określona równaniem (3.18), wynosi:

$$E_k \approx m_{o2} V_{2\max}^2 \left[1 + \frac{1}{2}(V_2/V_{2\max})^2 - 1 \right] = \frac{1}{2} m_{o2} V_2^2$$

(3.19)

Zależność (3.19) określa energię kinetyczną cząstki P, wynikającą z drugiego prawa ruchu Newtona, przy stałej masie cząstki P.

Doświadczenia wykonywane są w laboratoriach umieszczonych na Ziemi.

Układ 2 (układ O'EQW) umieszczony jest zatem na Ziemi.

W odpowiednio małych przedziałach czasu można przyjąć, że pomimo ruchu obrotowego i orbitalnego Ziemi wokół Słońca, układ 2 jest inercjalny i porusza się względem układu 1 (układu OXoYoZo) ze stałą prędkością \vec{V}_o , której moduł określa nierówność (1.124):

$$10^{-4} \leq V_o / C_o < 2 \cdot 10^{-4} \quad \text{Stąd}$$

$$10^{-4} C_o \leq V_o < 2 \cdot 10^{-4} C_o$$

Wartość szybkości V_o jest bardzo mała w porównaniu z wartością szybkości C_o , można zatem pominąć ją w wyrażeniach (3.8), (3.9), (3.10).

Gdy pominiemy szybkość V_o , w wymienionych wyrażeniach, wtedy szybkość $V_{2\max} = C_o$.

Wyrażenia (3.8), (3.9), (3.10) przyjmują postać:

$$(3.20) \quad \gamma_a = \gamma_b = \gamma_c \approx \frac{1}{\sqrt{1 - (V_2/C_o)^2}}$$

Z zależności (3.16), (3.17), (3.18) otrzymujemy zależności przybliżone, określające energie cząstki P w układzie 2:

$$(3.21) \quad E_o \approx m_{o2} C_o^2 \quad \text{energia spoczynkowa,}$$

$$(3.22) \quad E_s \approx m_{o2} C_o^2 \gamma_a = m_2 C_o^2 \quad \text{energia całkowita,}$$

$$(3.23) \quad E_k \approx m_{o2} C_o^2 (\gamma_a - 1) \quad \text{energia kinetyczna,}$$

gdzie: γ_a wyrażenie (3.20).

Wyrazimy teraz zależność energii całkowitej E_s cząstki od jej pędu \vec{p}_2 .

$$\text{Z równania (3.22) dostajemy: } E_s^2 \approx m_{o2}^2 C_o^4 \gamma_a^2.$$

$$\text{Możemy teraz napisać: } E_s^2 \approx m_{o2}^2 C_o^4 \gamma_a^2 + (p_2^2 C_o^2 - p_2^2 C_o^2).$$

$$\text{Moduł pędu cząstki wynosi: } p_2 = m_{o2} \gamma_a V_2, \quad \text{zatem}$$

$$E_s^2 \approx m_{o2}^2 C_o^4 \gamma_a^2 - m_{o2}^2 \gamma_a^2 V_2^2 C_o^2 + p_2^2 C_o^2.$$

Po przekształceniu tego równania otrzymujemy:

$$E_s^2 \approx m_{o2}^2 C_o^4 \gamma_a^2 (1 - V_2^2 / C_o^2) + p_2^2 C_o^2, \quad \text{gdzie: } \gamma_a \text{ wyrażenie (3.20).}$$

$$\text{Stąd } E_s^2 \approx m_{o2}^2 C_o^4 + p_2^2 C_o^2, \quad \text{bo } \gamma_a^2 (1 - V_2^2 / C_o^2) \approx 1.$$

Ostatecznie dostajemy zależność energii całkowitej E_s cząstki od modułu jej pędu \vec{p}_2 :

$$(3.22a) \quad E_s \approx \sqrt{m_{o2}^2 C_o^4 + p_2^2 C_o^2}.$$

ENERGIA CZĄSTKI W UKŁADZIE 1 (w układzie OX_oYoZo)

Energie cząstki P w układzie 1, wyznaczamy analogicznie jak energie cząstki P w układzie 2, stosując zależność (3.5b).

Otrzymujemy następujące zależności określające energie cząstki P:

$$(3.24) \quad E_o = m_{o1} C_o^2 \quad \text{energia spoczynkowa,}$$

$$(3.25) \quad E_s = m_{o1} C_o^2 \gamma = m_1 C_o^2 \quad \text{energia całkowita,}$$

$$(3.26) \quad E_k = m_{o1} C_o^2 (\gamma - 1) \quad \text{energia kinetyczna,}$$

gdzie : γ wyrażenie (3.2).

III.1.3 MASA SPOCZYNKOWA CZĄSTKI WZGLĘDEM ETERU

Rozpatrzmy masę cząstki P w układach 1 i 2:

$$m_1(V_1) = \frac{m_{o1}}{\sqrt{1-(V_1/C_o)^2}}, \quad \text{stad} \quad m_1(V_1=V_o) = \frac{m_{o1}}{\sqrt{1-(V_o/C_o)^2}}$$

$$m_2(V_{2\max}, V_2) = \frac{m_{o2}}{\sqrt{1-(V_2/V_{2\max})^2}}, \quad \text{stad} \quad m_2(V_2=0) = m_{o2}$$

$$m_1(V_1=V_o) = m_2(V_2=0), \quad \text{zatem}$$

$$(3.27) \quad m_{o2} = \frac{m_{o1}}{\sqrt{1-(V_o/C_o)^2}}, \quad \text{stad masa spoczynkowa cząstki P, względem układu 1}$$

(względem eteru) wynosi:

$$(3.27a) \quad m_{o1} = m_{o2} \sqrt{1-(V_o/C_o)^2} \approx m_{o2} [1 - \frac{1}{2}(V_o/C_o)^2], \quad \text{bo } V_o/C_o \ll 1$$

Iloraz V_o/C_o określony jest zależnością (1.124): $10^{-4} \leq V_o/C_o < 2 \cdot 10^{-4}$

$$\text{Zatem } [1 - \frac{1}{2}(2 \cdot 10^{-4})^2] m_{o2} < m_{o1} \leq [1 - \frac{1}{2}(10^{-4})^2] m_{o2}. \quad \text{Po uproszczeniu}$$

$$(1 - 2 \cdot 10^{-8}) m_{o2} < m_{o1} \leq (1 - 0,5 \cdot 10^{-8}) \cdot m_{o2}.$$

III.1.4 PRAWA MECHANIKI

Prędkości i przyspieszenia cząstki P w układach inercjalnych 1 i 2:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_o + \vec{V}_2, \quad \vec{a}_2 = \vec{a}_1, \quad t_2 = t_1 = t$$

Masa cząstki P w układach 1 i 2:

$$m_1 = \frac{m_{o1}}{\sqrt{1-(V_1/C_o)^2}}, \quad m_2 = \frac{m_{o2}}{\sqrt{1-(V_2/V_{2\max})^2}}$$

$$m_2 \neq m_1$$

Siły działające na cząstkę P w układach 1 i 2:

$$\vec{F}_1 = m_{o1} \gamma \cdot \vec{a}_1 + m_{o1} \frac{d\gamma}{dt} \vec{V}_1 \quad (3.5d), \quad \vec{F}_2 = m_{o2} \gamma_a \vec{a}_2 + m_{o2} \frac{d\gamma_a}{dt} \vec{V}_2 \quad (3.12d),$$

$$\vec{F}_1 = m_{o1} \gamma \cdot \vec{a}_1 + m_{o1} \frac{d\gamma}{dt} (\vec{V}_o + \vec{V}_2). \quad \text{Zatem } \vec{F}_2 \neq \vec{F}_1.$$

Drugie prawo ruchu Newtona (3.5abcd), (3.12abcd), po uwzględnieniu zmiennej masy cząstki P, ma postać zmienniczą względem transformacji Galileusza.

Prawa mechaniki Newtona, po uwzględnieniu zmiennej masy cząstki P, są różne w układach inercjalnych 1 i 2.

III.1.5 WYZNACZANIE SIŁY \vec{F}_1

Wyznamy siłę \vec{F}_1 działającą na cząstkę P w układzie 1, gdy na tą samą cząstkę działa siła $\vec{F}_2 = const$ w układzie 2.

ZAŁOŻENIA A.

Cząstka P jest rozpędzana zgodnie z kierunkiem prędkości absolutnej \vec{V}_0 .

Kąt $\alpha_{0,2} = \angle(\vec{V}_0, \vec{V}_2) = 0$ zależność (3.6).

- 1) Prędkość absolutna \vec{V}_0 jest równoległa do osi OX_0 (Rys.10).
Współrzędna prędkości: V_0 , gdzie: $0 < V_0 < C_0$.
- 2) Siła $\vec{F}_2 = const$, działająca na cząstkę P, jest równoległa do osi $O'E$ (Rys.10).
Współrzędna siły: F_2 , $F_2 > 0$.
- 3) Prędkość $\vec{V}_2(t=0) = 0$.

Z założeń tych wynika również równoległość wektorów \vec{F}_1 , \vec{V}_1 , \vec{V}_2 do tych osi.

Współrzędne sił:

Współrzędne prędkości:

$$\vec{F}_2 = [F_2, \quad 0, \quad 0]$$

$$\vec{V}_0 = [V_0, \quad 0, \quad 0]$$

$$\vec{F}_1 = [F_1(t), \quad 0, \quad 0]$$

$$\vec{V}_2 = [V_2(t), \quad 0, \quad 0]$$

$$\vec{V}_1 = [V_1(t), \quad 0, \quad 0]$$

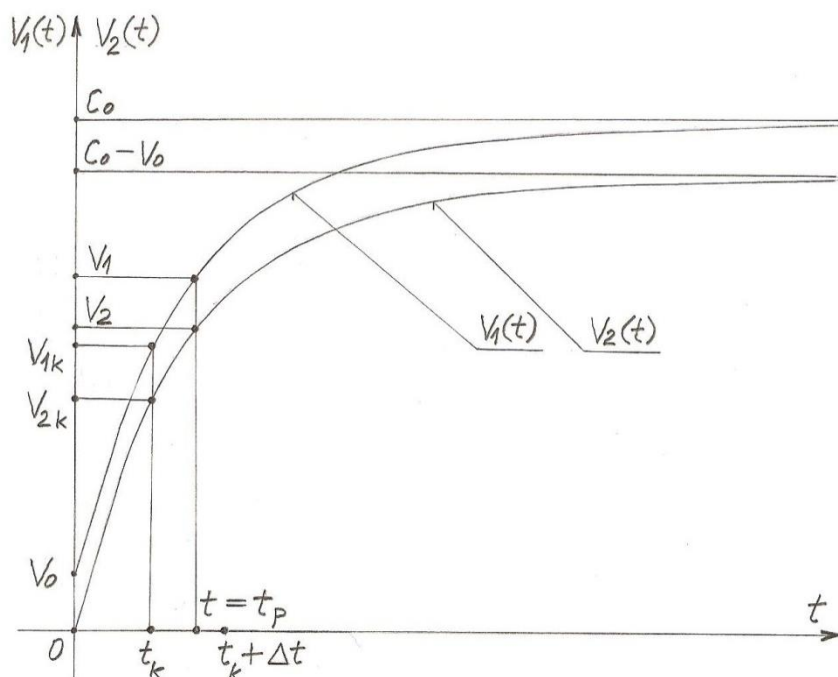
$$F_2 = const,$$

$$V_{2max} = C_0 - V_0 \text{ zależność (3.7a).}$$

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + \vec{V}_0, \text{ zatem } \vec{V}_1 = [V_2(t) + V_0, \quad 0, \quad 0]$$

$$V_1(t) = V_2(t) + V_0$$

Współrzędną $V_2(t)$ prędkości \vec{V}_2 określa równanie (3.13b).



Rys.13 Współrzędne $V_1 = V_1(t = t_p)$, $V_{1k} = V_1(t = t_k)$, $V_2 = V_2(t = t_p)$, $V_{2k} = V_2(t = t_k)$ prędkości \vec{V}_1 , \vec{V}_2 rozpędzanej cząstki P.

Zgodnie z transformacją Galileusza $V_1 = V_2 + V_0$, $V_{1k} = V_{2k} + V_0$.

Z równania (3.5b) dostajemy:

$$d(\vec{V}_1 \gamma) = \frac{\vec{F}_1}{m_{01}} dt, \quad \text{gdzie: } \gamma \text{ zależność (3.2). Stąd}$$

$$(3.28) \quad \int d[V_1(t) \gamma] = \int \frac{F_1(t)}{m_{01}} dt$$

Wyberzmy dowolny czas t_k rozpatrywanego ruchu cząstki P (Rys. 13).

Założmy przedział czasu:

$$(3.29) \quad t_k \leq t < t_k + \Delta t, \quad \Delta t > 0$$

Jeżeli założony przedział czasu jest bardzo mały wtedy można przyjąć, że wartość współrzędnej siły \vec{F}_1 , działającej na cząstkę w tym przedziale, jest stała, $F_1 = const$.

Równanie (3.28) przyjmuje wtedy postać:

$$\int d[V_1(t) \gamma] = \frac{F_1}{m_{01}} \int dt. \quad \text{Po scałkowaniu}$$

$$(3.30) \quad V_1(t) \gamma = \frac{F_1}{m_{01}} t + C_k$$

Z warunku $t = t_k \Rightarrow V_1(t = t_k) = V_{1k}, \quad \gamma = \gamma_{1k}$ otrzymujemy równanie:

$$V_{1k} \gamma_{1k} = \frac{F_1}{m_{01}} t_k + C_k, \quad \text{stąd stała całkowania } C_k \text{ wynosi:}$$

$$(3.30a) \quad C_k = V_{1k} \gamma_{1k} - \frac{F_1}{m_{01}} t_k, \quad \text{gdzie:}$$

$$(3.31) \quad \gamma_{1k} = \frac{1}{\sqrt{1 - (V_{1k} / C_0)^2}}$$

$$(3.32) \quad V_1(t = t_p) = V_1, \quad \text{gdzie: } t_p \text{ jest w przedziale czasu (3.29) } t_k < t_p < t_k + \Delta t.$$

Z równań (3.30), (3.32) dla czasu $t = t_p$:

$$(3.33) \quad V_1 \gamma = \frac{F_1}{m_{01}} t_p + C_k$$

Z równań (3.33), (3.30a):

$$(3.34) \quad \frac{V_1 \gamma - V_{1k} \gamma_{1k} + \frac{F_1}{m_{01}} t_k}{\frac{F_1}{m_{01}}} = t_p$$

Z równania (3.13b) dla czasu $t = t_p$:

$$(3.35) \quad \frac{V_2 \gamma_b}{\frac{F_2}{m_{02}}} = t_p, \quad \text{gdzie: } V_2 = V_2(t = t_p), \quad \gamma_b \text{ zależność (3.9).}$$

Z równania (3.13b) dla czasu $t = t_k$:

$$(3.36) \quad t_k = \frac{V_{2k} \gamma_{bk}}{\frac{F_2}{m_{02}}}, \quad \text{gdzie: } V_{2k} = V_2(t = t_k),$$

$$(3.37) \quad \gamma_{bk} = \frac{1}{\sqrt{1 - [V_{2k} / (C_0 - V_0)]^2}}$$

Obowiązuje transformacja Galileusza, zatem czasy w obu układach są równe $t_2 = t_1 = t = t_p$.

Lewe strony równań (3.34), (3.35) możemy porównać. Otrzymamy wtedy:

$$(3.38) \quad \frac{V_1\gamma - V_{1k}\gamma_{1k} + \frac{F_1}{m_{01}}t_k}{\frac{F_1}{m_{01}}} = \frac{V_2\gamma_b}{\frac{F_2}{m_{02}}}, \quad \text{gdzie: } m_{01} = m_{02}\sqrt{1-(V_0/C_0)^2} \quad \text{zależność (3.27a)}.$$

Z równań (3.38), (3.36) dostajemy:

$$(3.39) \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{(V_1\gamma - V_{1k}\gamma_{1k})\sqrt{1-(V_0/C_0)^2}}{V_2\gamma_b - V_{2k}\gamma_{bk}}, \quad \text{gdzie: } F_2 = const,$$

$$(3.40) \quad V_1 = V_2 + V_0,$$

$$(3.41) \quad V_{1k} = V_{2k} + V_0.$$

Przedział czasu (3.29) jest z założenia bardzo mały. Spełniona jest w nim nierówność $V_2 > V_{2k}$, zatem wartość ilorazu V_{2k}/V_2 jest bardzo bliska liczby 1 i jest mniejsza od liczby 1.

Wprowadźmy oznaczenie: $V_{2k}/V_2 = a_k$, zatem

$$(3.42) \quad V_{2k} = a_k V_2$$

Do obliczeń przyjęto: $a_k = 0.999999$.

Iloraz F_1/F_2 jest funkcją wartości współrzędnych V_0, V_2 :

$$\frac{F_1}{F_2} = f_A(V_0, V_2) \quad \text{zależność (3.39)}.$$

Przy ustalonej wartości współrzędnej V_0 prędkości \vec{V}_0 , każdej wartości współrzędnej V_2 prędkości \vec{V}_2 , odpowiada wartość ilorazu F_1/F_2 , wyznaczona z zależności (3.39).

W tabeli 11 zawarte są wartości ilorazu F_1/F_2 , przy różnych wartościach $V_0/C_0, V_2/C_0$.

V_0 / C_0	V_2 / C_0				
	1	2	3	4	5
	0,00001	0,2	0,49	0,69	0,97
$1,5 \cdot 10^{-4}$	0,99999998	1,0000737	1,0001475	1,0001833	1,0002215
10^{-3}	0,99991068	1,0005030	1,0009883	1,0012262	1,0014788
10^{-2}	1,00039406	1,0051134	1,0100151	1,0124266	1,0149834
0,1	1,01805269	1,0623422	1,1156201	1,1426304	-
$\frac{F_1}{F_2} = f_A(V_0/C_0, V_2/C_0) \quad (3.39).$					Kąt $\alpha_{0,2} = 0$,
$F_2 = const$					$a_k = 0.999999$

TABELA 11 Wartości ilorazu F_1/F_2 , $F_2 = const$

$$F_1 = F_2 f_A(V_0/C_0, V_2/C_0).$$

Zgodnie z (3.13b) znamy $V_2(t)$, zatem znamy też $F_1 = f(V_0/C_0, t)$.

Z wyników obliczeń zawartych w Tabeli 11, wynika że wartości ilorazu F_1/F_2 są różne.

ZAŁOŻENIA B.

Cząstka P jest rozpędzana w kierunku przeciwnym do prędkości absolutnej \vec{V}_0 .

Kąt $\alpha_{0,2} = \angle(\vec{V}_0, \vec{V}_2) = 180^\circ$ zależność (3.6).

1) Prędkość absolutna \vec{V}_0 jest równoległa do osi OX_0 . (Rys.10).

Współrzędna prędkości: $-V_0$, gdzie: $0 < V_0 < C_0$.

2) Siła $\vec{F}_2 = const$, działająca na cząstkę P, jest równoległa do osi $O'E$, (Rys.10).

Współrzędna siły: F_2 , $F_2 > 0$.

3) Prędkość $\vec{V}_2(t=0) = 0$.

Z założeń tych wynika również równoległość wektorów \vec{F}_1 , \vec{V}_1 , \vec{V}_2 do tych osi.

Współrzędne sił:

$$\vec{F}_2 = [F_2, 0, 0]$$

$$\vec{F}_1 = [F_1(t), 0, 0]$$

Współrzędne prędkości:

$$\vec{V}_0 = [-V_0, 0, 0]$$

$$\vec{V}_2 = [V_2(t), 0, 0]$$

$$\vec{V}_1 = [V_1(t), 0, 0]$$

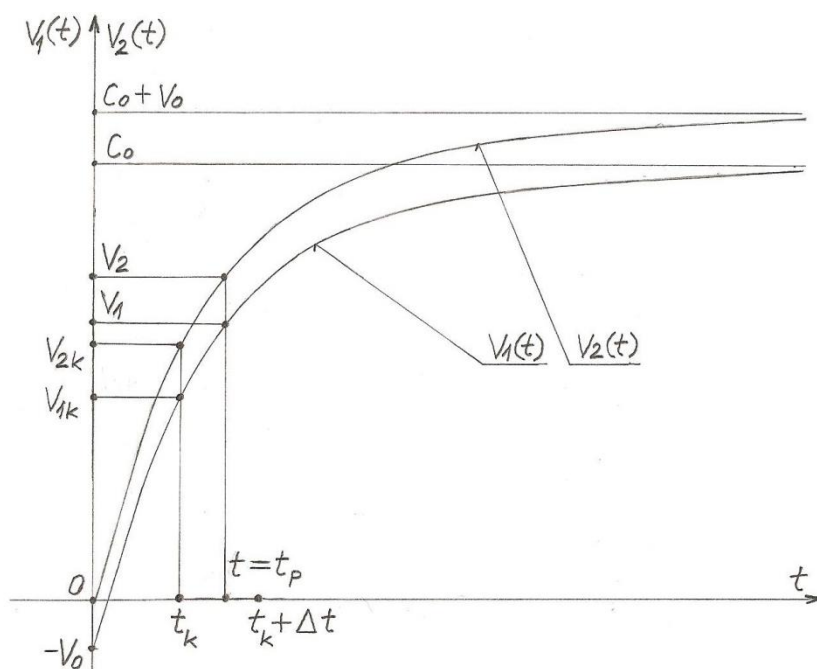
$$F_2 = const,$$

$$V_{2max} = C_0 + V_0 \text{ zależność (3.7b).}$$

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + \vec{V}_0, \text{ zatem } \vec{V}_1 = [V_2(t) - V_0, 0, 0]$$

$$V_1(t) = V_2(t) - V_0$$

Współrzędną $V_2(t)$ prędkości \vec{V}_2 określa równanie (3.13c).



Rys.14 Współrzędne $V_1 = V_1(t = t_p)$, $V_{1k} = V_1(t = t_k)$, $V_2 = V_2(t = t_p)$, $V_{2k} = V_2(t = t_k)$ prędkości \vec{V}_1 , \vec{V}_2 rozpędzanej cząstki P.

$$\text{Zgodnie z transformacją Galileusza } V_1 = V_2 - V_0, \quad V_{1k} = V_{2k} - V_0.$$

Iloraz wartości współrzędnych F_1/F_2 sił \vec{F}_1 , \vec{F}_2 wyznaczamy tak samo jak przy założeniach A. Iloraz F_1/F_2 , przy założeniach B, określa równanie (3.43):

$$(3.43) \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{(V_1\gamma - V_{1k}\gamma_{1k})\sqrt{1-(V_0/C_0)^2}}{V_2\gamma_c - V_{2k}\gamma_{ck}}, \quad \text{gdzie: } F_2 = const,$$

γ zależność (3.2), γ_{1k} zależność (3.31),

γ_c zależność (3.10).

$$(3.44) \quad \gamma_{ck} = \frac{1}{\sqrt{1-[V_{2k}/(C_0+V_0)]^2}},$$

$$(3.45) \quad V_1 = V_2 - V_0,$$

$$(3.46) \quad V_{1k} = V_{2k} - V_0,$$

$$V_{2k} = a_k V_2 \quad \text{zależność (3.42)}.$$

Do obliczeń przyjęto: $a_k = 0.999999$.

$$\frac{F_1}{F_2} = f_B(V_0, V_2) \quad \text{zależność (3.43)}.$$

Przy ustalonej wartości współrzędnej $-V_0$ prędkości \vec{V}_0 , każdej wartości współrzędnej V_2 prędkości \vec{V}_2 odpowiada wartość ilorazu F_1/F_2 , wyznaczona z zależności (3.43).

W Tabeli 14 zawarte są wartości ilorazu F_1/F_2 przy różnych wartościach V_0/C_0 , V_2/C_0 .

V_0/C_0	V_2/C_0				
	1	2	3	4	5
	0,00001	0,2	0,49	0,69	0,97
$1,5 \cdot 10^{-4}$	0,99999998	0,9999283	0,9998536	0,9998164	0,9997786
10^{-3}	0,99991068	0,9995032	0,9990161	0,9987770	0,9985242
10^{-2}	1,00039406	0,9951119	0,9902803	0,9879245	0,9854337
0,1	1,01805269	0,9604290	0,9145631	0,8929439	0,8706278
$\frac{F_1}{F_2} = f_B(V_0/C_0, V_2/C_0) \quad (3.43).$					Kąt $\alpha_{0,2} = 180^0$,
$F_2 = const$					$a_k = 0.999999$

TABELA 12 Wartości ilorazu F_1/F_2 , $F_2 = const$

III.2 CZASY MIERZONE PRZEZ ZEGARY ATOMOWE

Wprowadźmy oznaczenia:

- $\Delta\tau_1$ czas mierzony przez zegar w układzie inercyjnym 1,
 $\Delta\tau_2$ czas mierzony przez identyczny zegar w układzie inercyjnym 2.

Założmy:

- 1) Zegary znajdują się w początkach O, O' układów 1 i 2.
- 2) Początek O' układu 2 porusza się ze stałą prędkością \vec{V}_o po linii prostej, przechodzącej przez punkt O początku układu 1 (Rys.10).
- 3) Zegary zostały zsynchronizowane $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2 = 0$ w chwili, gdy początki układów 1 i 2 pokryły się.

Czas mierzony przez zegar zależy od masy spoczynkowej cząstek tego zegara. Możemy napisać równania:

$$(3.48) \quad \frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} = \frac{\omega_{A2}}{\omega_{A1}} = \frac{\sqrt{m_{01}}}{\sqrt{m_{02}}} = \left(\frac{m_{01}}{m_{02}}\right)^{1/2},$$

gdzie: ω_{A1}, ω_{A2} częstości drgań atomów w układach 1 i 2,
 $m_{01} = m_{02} \sqrt{1 - (V_o / C_o)^2}$ zależność (3.27a).

Z równań (3.48) i zależności (3.27a) dostajemy:

$$\Delta\tau_2 = \Delta\tau_1 \left(\sqrt{1 - (V_o / C_o)^2} \right)^{1/2} = \Delta\tau_1 [1 - (V_o / C_o)^2]^{1/4}, \quad \text{zatem}$$

$$(3.49) \quad \Delta\tau_2 = \Delta\tau_1 [1 - (V_o / C_o)^2]^{1/4}$$

Zachodzi więc dylatacja czasów mierzonych przez zegary (3.49). Zegar w układzie 2 spóźnia się względem zegara w układzie 1.

Czas mierzony przez zegar w układzie inercyjnym 1 (w układzie wyróżnionym, absolutnym) określa czas absolutny t .

$$(3.50) \quad t = \Delta\tau_1$$

Korzystając z równań (3.49), (3.50) otrzymujemy:

$$(3.51) \quad t = \Delta\tau_1 = \frac{\Delta\tau_2}{[1 - (V_o / C_o)^2]^{1/4}}$$

Znając zatem czas $\Delta\tau_2$ zmierzony przez zegar w układzie inercyjnym 2 oraz wartość szybkości absolutnej V_o tego układu, możemy obliczyć czas absolutny z zależności (3.51).

Czasy mierzone przez zegary na powierzchni Ziemi ulegają zmianom, wskutek zmian wartości modułu prędkości \vec{V}_o zegarów (zależność (1.120)).

III.3 ROZPADY CZĄSTEK

Cząstka nietrwała ulega rozpadowi. Przebieg rozpadu cząstek określają równania:

$$(3.52) \quad m_1(t) = m_{01} N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right),$$

$$(3.53) \quad m_2(t) = m_{02} N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right), \quad \text{gdzie:}$$

m_{01}, m_{02} masy spoczynkowe cząstki w układach inercjalnych 1 i 2,

N_0 początkowa ilość cząstek (w chwili $t=0$), jednakowa w układach inercjalnych 1 i 2,

$m_1(t), m_2(t)$ masy cząstek, które nie uległy jeszcze rozpadowi w czasie t , w układach inercjalnych 1 i 2,

τ_1, τ_2 średni czas życia (istnienia) cząstek w układach inercjalnych 1 i 2.

Napiszmy równania:

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{m_{02}}{m_{01}} = \frac{1}{\sqrt{1-(V_o/C_o)^2}}, \quad \tau_1 = \text{const}$$

Stąd średni czas życia τ_2 cząstek w układzie inercjalnym 2 wynosi:

$$(3.54) \quad \tau_2 = \frac{\tau_1}{\sqrt{1-(V_o/C_o)^2}}$$

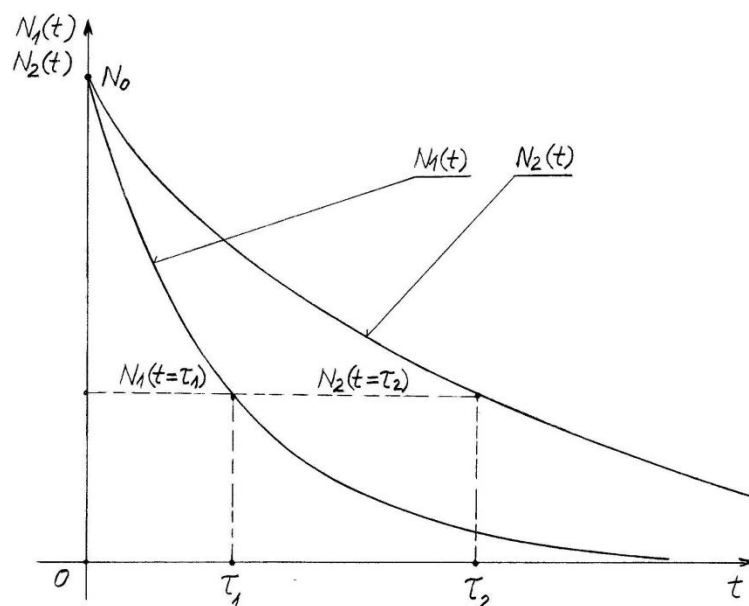
Możemy rozpatrywać ilość cząstek pozostałych w czasie rozpadu:

$$(3.56) \quad N_1(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right),$$

$$(3.57) \quad N_2(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right), \quad \text{gdzie:}$$

$N_1(t), N_2(t)$ liczby cząstek, które nie uległy jeszcze rozpadowi w czasie t , w układach inercjalnych 1 i 2.

τ_1, τ_2 zależność (3.54).



Rys.15

Graficzne przedstawienie równań (3.56), (3.57).

Laboratorium można uważać za układ odniesienia 1, bo szybkość absolutna Ziemi jest bardzo mała (1.126).

Średni czas życia mezonów π^+ (spoczywających względem laboratorium) wynosi:

$$\tau_1 = 2,603 \cdot 10^{-8} \text{ s}.$$

Gdy względna szybkość mezonów π^+ osiągnie wartość $V_0 / C_0 = 0,99$, wtedy z równania (3.54) obliczymy średni czas życia τ_2 tych cząstek, w ich układzie własnym 2:

$$\tau_2 = \frac{\tau_1}{\sqrt{1-0,99^2}} = 2,603 \cdot 10^{-8} \cdot 7,088 = 1,845 \cdot 10^{-7} \text{ s}, \quad \text{zatem} \quad \tau_2 > \tau_1.$$

Przeprowadzane doświadczenia w laboratoriach potwierdzają obliczony powyżej czas życia τ_2 mezonów π^+ [3], [5].

Zależność (3.54) potwierdzają również doświadczenia z innymi cząstkami nietrwałymi [1].

Z równań (3.52), (3.53), (3.56), (3.57) wynika wolniejszy rozpad cząstek, w układzie inercjalnym 2, niż takich samych cząstek, w układzie inercjalnym 1.

Czas życia cząstek w układzie inercjalnym, poruszającym się względem eteru, jest dłuższy od czasu życia takich samych cząstek w układzie wyróżnionym (nieruchomym względem eteru).

III.4 OKREŚLANIE DOBY GWIAZDOWEJ PRZY UŻYCIU ZEGARÓW ATOMOWYCH

Napiszmy równanie: $J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2$. Stąd

$$(3.58) \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{J_2}{J_1} = \frac{m_{02}}{m_{01}} = \frac{1}{\sqrt{1-(V_0/C_0)^2}}, \quad \text{gdzie:}$$

$$m_{01} = m_{02} \sqrt{1-(V_0/C_0)^2} \quad \text{zależność (3.27a),}$$

J_1, J_2 momenty bezwładności Ziemi w układach 1 i 2,
 ω_1, ω_2 szybkości kątowe obrotu Ziemi w układach 1 i 2,
 m_{01}, m_{02} masy spoczynkowe cząstek Ziemi w układach 1 i 2,
 $V_{ze} \approx V_0$ szybkość środka Ziemi względem eteru (1.126).

Zachodzi zależność: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$. Stąd $T_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} T_1$, gdzie:

T_1, T_2 doby gwiazdowe Ziemi w układach 1 i 2,

Korzystając z równań (3.58) i uwzględniając $V_0 / C_0 \ll 1$ otrzymujemy:

$$(3.59) \quad T_2 = \frac{1}{\sqrt{1-(V_0/C_0)^2}} T_1 \approx [1 + \frac{1}{2}(V_0/C_0)^2] T_1$$

Czas mierzony przez zegar atomowy na Ziemi (układ 2) wynosi:

$$\Delta\tau_2 = [1 - (V_0 / C_0)^2]^{1/4} \Delta\tau_1 \approx [1 - \frac{1}{4} (V_0 / C_0)^2] \Delta\tau_1 \quad \text{zależność (3.49).}$$

Czas mierzony przez zegar $\Delta\tau_2$, gdy $\Delta\tau_1 = T_1$:

$$(3.60) \quad \Delta\tau_{2(T_1)} \approx [1 - \frac{1}{4} (V_0 / C_0)^2] T_1$$

Wyznamy teraz różnicę czasów: $R_T = T_2 - \Delta\tau_{2(T_1)}$

Po uwzględnieniu równań (3.59), (3.60) mamy:

$$(3.60a) \quad R_T = \frac{3}{4} (V_0 / C_0)^2 T_1 .$$

Z równania (3.59) dostajemy:

$$(3.60b): \quad T_1 = T_2 \sqrt{1 - (V_0 / C_0)^2}$$

Zatem różnica R_T , doby gwiazdowej Ziemi i czasu zmierzonego przez zegar atomowy po upływie doby gwiazdowej Ziemi, wynosi:

$$(3.61) \quad R_T = \frac{3}{4} (V_0 / C_0)^2 \sqrt{1 - (V_0 / C_0)^2} T \quad \text{z równań (3.60a), (3.60b), gdzie:}$$

$$T_2 = T \approx 86164,091s$$

Różnica $R_{T_{rg}}$, roku gwiazdowego Ziemi i czasu zmierzonego przez zegar atomowy po upływie roku gwiazdowego Ziemi, wynosi:

$$(3.62) \quad R_{T_{rg}} = \frac{3}{4} (V_0 / C_0)^2 \sqrt{1 - (V_0 / C_0)^2} T_{rg} , \quad \text{gdzie:}$$

$$T_{rg} = 365,256366 \text{ dni} .$$

V_0 / C_0	R_T (3.61)	$R_{T_{rg}}$ (3.62)
	s	s
10^{-4}	$0,646 \cdot 10^{-3}$	0,236
$1,244 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	0,365
$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,454 \cdot 10^{-3}$	0,532
$2 \cdot 10^{-4}$	$2,584 \cdot 10^{-3}$	0,946
$5 \cdot 10^{-4}$	$16,155 \cdot 10^{-3}$	5,917

TABELA 13

Z równań (3.59), (3.60) wynika następująca nierówność $\Delta\tau_{2(T_1)} < T_2$. Zatem wydłużanie się doby gwiazdowej Ziemi względem czasu mierzzonego przez zegar atomowy jest pozorne (Tabela 13).

W rzeczywistości czas mierzony przez zegar atomowy jest krótszy względem czasu wyznaczonego przez ruch obrotowy Ziemi.

Szybkość kątowna obrotu Ziemi waha się nieznacznie wskutek przemieszczania się mas wody, śniegu, powietrza, lawy oraz zmiennej szybkości orbitalnej Ziemi.

III.5 WYZNACZANIE PRĘDKOŚCI ABSOLUTNEJ ZIEMI I SŁOŃCA PRZY UŻYCIU ZEGARÓW ATOMOWYCH

Rozpatrzmy dwie metody wyznaczania prędkości absolutnej Ziemi i Słońca, przy użyciu zegarów atomowych.

METODA I:

Wykorzystamy różnicę czasów zmierzonych przez dwa identyczne zegary atomowe ZA_a, ZA_p .

Założenia: 1) Zegar ZA_a umieszczony jest na dowolnie wybranym równoleżniku Ziemi.

2) Zegar ZA_p umieszczony jest na biegunie południowym Ziemi.

Prędkość \vec{V}_0 zegara na powierzchni Ziemi, względem eteru, jest sumą trzech wektorów:

$$(3.63) \quad \vec{V}_0 = \vec{V}_{ra} + \vec{V}_{zs} \pm \vec{V}_{se} \quad \text{zależności (2.1), (2.2)}.$$

Wektor \vec{V}_{ra} jest prędkością zegara ZA_a na płaszczyźnie równoleżnika.

Prędkość środka Ziemi względem eteru:

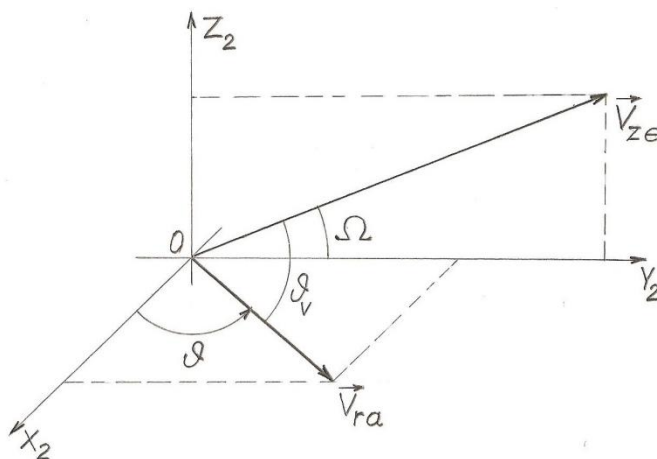
$$(3.64) \quad \vec{V}_{ze} = \vec{V}_{zs} \pm \vec{V}_{se}, \quad \text{zatem}$$

$$(3.65) \quad \vec{V}_0 = \vec{V}_{ra} + \vec{V}_{ze}$$

$$(3.66) \quad V_{ze} = \sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2}$$

Wprowadźmy układ współrzędnych prostokątnych $OX_2Y_2Z_2$ (Rys. 16).

Niech wektor \vec{V}_{ze} leży na płaszczyźnie Y_2Z_2 . Niech płaszczyzna równoleżnika, na którym umieszczony jest zegar ZA_a , pokrywa się z płaszczyzną X_2Y_2 . Wektor \vec{V}_{ra} jest więc na płaszczyźnie X_2Y_2 .



Rys. 16 Położenie wektora \vec{V}_{ra} względem wektora \vec{V}_{ze} .

OZNACZENIA:

Ω kąt zawarty między wektorem \vec{V}_{ze} a płaszczyzną równoleżnika (płaszczyzna X_2Y_2),

g kąt zawarty między osią OX_2 a wektorem \vec{V}_{ra} ,

g_v kąt zawarty między wektorami \vec{V}_{ra} , \vec{V}_{ze} , $g_v = \angle(\vec{V}_{ra}, \vec{V}_{ze})$

Kierunek wektora \vec{V}_{ra} zmienia się wskutek zmiany wartości kąta $\mathcal{G} = \omega_2 \Delta\tau_2$.

Zsynchronizujemy zegary w chwili, gdy wektor \vec{V}_{ra} jest prostopadły do wektora \vec{V}_{ze} (kąt $\mathcal{G}=0$, Rys.16) Należy zatem w dniu, w którym chcemy zsynchronizować zegary, wyznaczyć czas UT, gdy wektory \vec{V}_{ra} , \vec{V}_{ze} są wzajemnie prostopadłe.

Korzystając z Rys. 17 możemy napisać:

$$\mathcal{G}_{ZAa} = 360^0 - (GHA_s + \psi_R + \lambda)$$

Wektor \vec{V}_{ra} będzie prostopadły do wektora \vec{V}_{zs} i jednocześnie do wektora \vec{V}_{ze} , gdy kąt $\mathcal{G}_{ZAa} = 180^0$, zatem

$$180^0 = 360^0 - (GHA_s + \psi_R + \lambda) \text{ . Stąd}$$

$$(3.67) \quad GHA_s = 180^0 - \psi_R - \lambda$$

Gdy wartość wyrażenia $180^0 - \psi_R - \lambda$ jest ujemna, wtedy GHA_s wynosi:

$$(3.68) \quad GHA_s = 360^0 + 180^0 - \psi_R - \lambda$$

$$(3.69) \quad \psi_R = \alpha_s - \alpha_{zs} \text{ , gdzie:}$$

$$(3.69a) \quad \alpha_s \approx \arctg [tg(\psi - 90^0) \cos \varepsilon] \text{ ,} \quad \alpha_{zs} = -90^0 (270^0) \text{ ,} \quad \psi \text{ zależność (2.7)}$$

(rektascensje po równonocy wiosennej), lub

$$(3.69b) \quad \alpha_s \approx 180^0 - \arctg [tg(90^0 - \psi) \cos \varepsilon] \text{ ,} \quad \alpha_{zs} = 90^0 \text{ ,} \quad \psi \text{ zależność (2.10)}$$

(rektascensje przed równonocą jesienną).

Anomalię prawdziwą ν wyznaczamy z zależności (2.20), (2.21), przyjmując do obliczeń czas UT równonocy.

Czas UT synchronizacji zegarów T_{syn} można wyznaczyć tylko w dniu równonocy wiosennej lub jesiennej, bo wtedy rzut \vec{V}_{ze} wektora \vec{V}_{ze} na płaszczyznę równika pokrywa się z rzutem \vec{V}_{zs} wektora \vec{V}_{zs} (Rys. 17).

Znając dzień synchronizacji i wartość kąta GHA_s , obliczoną z zależności (3.67), (3.68), odczytamy z rocznika The Nautical Almanac czas UT synchronizacji zegarów T_{syn} .

Współrzędne wektorów \vec{V}_{ra} , \vec{V}_{ze} w układzie $Ox_2Y_2Z_2$ (Rys. 16):

$$\vec{V}_{ra} = [V_{ra} \cos \mathcal{G} \text{ ,} \quad V_{ra} \sin \mathcal{G} \text{ ,} \quad 0 \quad]$$

$$\vec{V}_{ze} = [0 \text{ ,} \quad V_{ze} \cos \Omega \text{ ,} \quad V_{ze} \sin \Omega \quad]$$

Korzystając z iloczynu skalarnego wektorów \vec{V}_{ra} , \vec{V}_{ze} otrzymujemy:

$$\cos \mathcal{G}_V = \frac{\vec{V}_{ra} \cdot \vec{V}_{ze}}{V_{ra} V_{ze}} = \frac{V_{ze} \cos \Omega V_{ra} \sin \mathcal{G}}{V_{ra} V_{ze}} = \cos \Omega \sin \mathcal{G} \text{ .} \quad \text{Zatem}$$

$$(3.70) \quad \cos \mathcal{G}_V = \cos \Omega \sin \mathcal{G}$$

Wyznamy teraz szybkość absolutną V_{0ra} zegara umieszczonego na równoleżniku.

$$V_{0ra}^2 = (V_{ze} + V_{ra} \cos \mathcal{G}_V)^2 + (V_{ra} \sin \mathcal{G}_V)^2 = V_{ze}^2 + V_{ra}^2 + 2V_{ra} V_{ze} \cos \mathcal{G}_V \text{ .}$$

Korzystając z zależności (3.70) dostajemy:

$$(3.71) \quad V_{0ra}^2 = V_{ze}^2 + V_{ra}^2 + 2V_{ra} V_{ze} \cos \Omega \sin \mathcal{G}$$

Szybkość absolutna V_{0p} zegara umieszczonego na biegunie południowym:

$$(3.72) \quad V_{0p} = V_{ze}$$

Dostajemy teraz równanie: $dR_{pa} = \frac{1}{4C_0^2} [V_{ra}^2 + 2V_{ra} V_{ze} \cos\Omega \sin(\frac{2\pi}{T} \Delta\tau_2)] d(\Delta\tau_2)$.

Różnica czasów zmierzonych przez zegary w czasie pół doby gwiazdowej od chwili ich synchronizacji:

$$(3.73) \quad R_{pa(T/2)} = \frac{1}{4C_0^2} [V_{ra}^2 \int_0^{T/2} d(\Delta\tau_2) + 2V_{ra} V_{ze} \cos\Omega \int_0^{T/2} \sin(\frac{2\pi}{T} \Delta\tau_2) d(\Delta\tau_2)] .$$

Po scałkowaniu

$$R_{pa(T/2)} = \frac{V_{ra}^2 T}{8C_0^2} + \frac{V_{ra} T}{2\pi C_0^2} V_{ze} \cos\Omega$$

Różnica czasów zmierzonych przez zegary w czasie doby gwiazdowej od chwili ich synchronizacji:

$$(3.74) \quad R_{pa(T)} = \frac{1}{4C_0^2} [V_{ra}^2 \int_0^T d(\Delta\tau_2) + 2V_{ra} V_{ze} \cos\Omega \int_0^T \sin(\frac{2\pi}{T} \Delta\tau_2) d(\Delta\tau_2)] .$$

Po scałkowaniu

$$R_{pa(T)} = \frac{V_{ra}^2}{4C_0^2} T$$

Zachodzą więc półdobowe fluktuacje różnicy czasów zmierzonych przez zegary atomowe. Po przekształceniu równania (3.73) i wprowadzeniu zależności (3.66) dostajemy:

$$(3.75) \quad \frac{2\pi C_0^2 R_{pa(T/2)}}{V_{ra} T} - \frac{\pi V_{ra}}{4} = \sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2} \cos\Omega$$

Wyznamy teraz wartość $\cos\Omega$, występującą w równaniu (3.75).

Wektor \vec{V}_{ze} jest sumą dwóch wzajemnie prostopadłych wektorów

$$\vec{V}_{ze} = \vec{V}_{zs} \pm \vec{V}_{se} \quad \text{zależność (3.64)}.$$

Wektor \vec{V}_{zs} jest na płaszczyźnie ekliptyki (Rys. 6).

Wektory $+\vec{V}_{se}$, $-\vec{V}_{se}$ są prostopadłe do płaszczyzny ekliptyki (Rys. 8).

Współrzędne wektora \vec{V}_{ze} w układzie $OX_1Y_1Z_1$ (Rys. 6):

$$(3.76) \quad \vec{V}_{ze} = [V_{zs} \cos\eta, \quad V_{zs} \sin\eta, \quad \pm V_{se}] , \quad \text{gdzie:}$$

$$(3.77) \quad \eta = 180^\circ - \eta_2, \quad \text{gdy} \quad 0 < \nu \leq 180^\circ - \eta_0$$

$$(3.78) \quad \eta = 180^\circ + \eta_2, \quad \text{gdy} \quad 180^\circ - \eta_0 < \nu < 180^\circ$$

$$(3.79) \quad \eta = \eta_3, \quad \text{gdy} \quad 180^\circ < \nu < 360^\circ, \quad \text{gdzie:}$$

$$\eta_3 \quad \text{zależność (2.4),} \quad \eta_0 \quad \text{zależność (2.6),}$$

$$\eta_2 \quad \text{zależność (2.5),} \quad \nu \quad \text{anomalja prawdziwa.}$$

Utwórzmy wektor jednostkowy \vec{W} , leżący na osi kuli Ziemi i mający kierunek północny. Wektor ten jest zatem prostopadły do płaszczyzny równoleżnika.

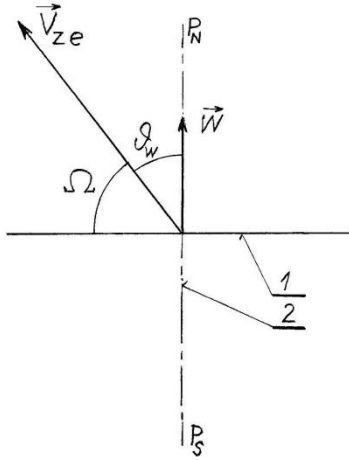
Współrzędne wektora \vec{W} w układzie $OX_1Y_1Z_1$ (Rys. 6):

$$(3.80) \quad \vec{W} = [\cos(90^\circ - \varepsilon) \cos(-\eta_1), \quad \cos(90^\circ - \varepsilon) \sin(-\eta_1), \quad \sin(90^\circ - \varepsilon)] .$$

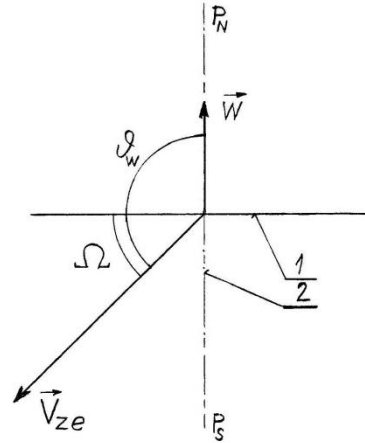
Po uproszczeniu

$$\vec{W} = [\sin \varepsilon \cos\eta_1, \quad -\sin \varepsilon \sin\eta_1, \quad \cos \varepsilon] , \quad \text{gdzie:}$$

ε nachylenie ekliptyki do równika,
 η_1 kąt wyznaczony z równania (2.17), (Rys. 6).



Rys. 18a Położenie wektora $\vec{V}_{ze} = \vec{V}_{zs} + \vec{V}_{se}$



Rys. 18b Położenie wektora $\vec{V}_{ze} = \vec{V}_{zs} - \vec{V}_{se}$

OZNACZENIA:

1 Płaszczyzna równoleżnika Ziemi (jej rzut),

2 oś kuli Ziemi,

\vec{W} wektor jednostkowy,

g_W kąt zawarty między wektorami \vec{W} , \vec{V}_{ze} $g_W = \angle(\vec{W}, \vec{V}_{ze})$

Korzystając z iloczynu skalarnego wektorów (3.76), (3.80) otrzymujemy:

$$\cos g_W = \frac{\vec{W} \cdot \vec{V}_{ze}}{W V_{ze}}, \quad W=1. \quad \text{Stąd}$$

$$\cos g_W = \frac{1}{V_{ze}} (V_{zs} \cos \eta \sin \varepsilon \cos \eta_1 - V_{zs} \sin \eta \sin \varepsilon \sin \eta_1 \pm V_{se} \cos \varepsilon)$$

Stąd po przekształceniu i uwzględnieniu zależności (3.66) dostajemy:

$$(3.81) \quad \cos g_W = \frac{V_{zs} \sin \varepsilon \cos(\eta + \eta_1) \pm V_{se} \cos \varepsilon}{\sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2}}$$

Możemy napisać:

$$g_W = 90^\circ - \Omega \quad \text{zgodnie z Rys. 18a,}$$

$$g_W = 90^\circ + \Omega \quad \text{zgodnie z Rys. 18b.} \quad \text{Zatem}$$

$$\cos g_W = \cos(90^\circ \mp \Omega) = \pm \sin \Omega. \quad \text{Stąd} \quad \sin \Omega = \pm \cos g_W. \quad \text{Zatem}$$

$$\Omega = \arcsin(\pm \cos g_W) = \pm \arcsin(\cos g_W). \quad \text{Stąd}$$

$$\cos \Omega = \cos[\pm \arcsin(\cos g_W)] = \cos[\arcsin(\cos g_W)].$$

Po uwzględnieniu równania (3.81) otrzymujemy:

$$(3.82) \quad \cos \Omega = \cos \left[\arcsin \frac{V_{zs} \sin \varepsilon \cos(\eta + \eta_1) \pm V_{se} \cos \varepsilon}{\sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2}} \right]$$

Po wprowadzeniu do równania (3.75) zależności (3.82) dostajemy:

$$(3.83) \quad \frac{2 \pi C_0^2 R_{pa(T/2)}}{V_{ra} T} - \frac{\pi V_{ra}}{4} = \sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2} \cos \left[\arcsin \frac{V_{zs} \sin \varepsilon \cos(\eta + \eta_1) \pm V_{se} \cos \varepsilon}{\sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2}} \right]$$

Stąd otrzymujemy dwa równania do obliczania szybkości V_{se} Słońca względem eteru:

$$(3.84) \quad \frac{2 \pi C_0^2 R_{pa(T/2)}}{V_{ra} T} - \frac{\pi V_{ra}}{4} = \sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2} \cos \left[\arcsin \frac{V_{zs} \sin \varepsilon \cos(\eta + \eta_1) + V_{se} \cos \varepsilon}{\sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2}} \right],$$

$$\text{gdy} \quad \vec{V}_{ze} = \vec{V}_{zs} + \vec{V}_{se}, \quad \text{lub}$$

$$(3.85) \quad \frac{2 \pi C_0^2 R_{pa(T/2)}}{V_{ra} T} - \frac{\pi V_{ra}}{4} = \sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2} \cos \left[\arcsin \frac{V_{zs} \sin \varepsilon \cos(\eta + \eta_1) - V_{se} \cos \varepsilon}{\sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2}} \right],$$

gdym $\vec{V}_{ze} = \vec{V}_{zs} - \vec{V}_{se}$

Z równań (3.84), (3.85) można obliczyć szybkość absolutną V_{se} Słońca metodą kolejnych przybliżeń, gdy znana jest wartość $R_{pa(T/2)}$. Wartość $R_{pa(T/2)}$ jest bezwzględną wartością różnicy czasów, zmierzonych przez zegary atomowe, po upływie pół doby gwiazdowej od chwili ich synchronizacji.

Po obliczeniu szybkości V_{se} można obliczyć szybkość absolutną V_{ze} Ziemi:

$$V_{ze} = \sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2} \quad \text{zależność (3.66),} \quad \text{gdzie:}$$

$$V_{zs} \quad \text{zależność (2.35).}$$

Szybkość zegara: $V_{ra} = \omega R \cos \varphi$ zależność (2.3).

Mamy zatem szybkości: V_{ze} , V_{se} (Tabela 14) z równań (3.84), (3.66) lub (3.85), (3.66)

Poz.	$R_{pa(T/2)}$ Do równania (3.84), $+\vec{V}_{se}$	$R_{pa(T/2)}$ Do równania (3.85), $-\vec{V}_{se}$	Wartości otrzymane z równań: (3.84), (3.66) lub (3.85), (3.66)	
	s	s	V_{ze}/C_0	V_{se}/C_0
1	$1,0567 \cdot 10^{-6}$	$1,4148 \cdot 10^{-6}$	$1,0436 \cdot 10^{-4}$	$0,3333 \cdot 10^{-4}$
2	$0,8806 \cdot 10^{-6}$	$1,5910 \cdot 10^{-6}$	$1,1897 \cdot 10^{-4}$	$0,6613 \cdot 10^{-4}$
3	$0,8305 \cdot 10^{-6}$	$1,6421 \cdot 10^{-6}$	$1,2440 \cdot 10^{-4}$	$0,7546 \cdot 10^{-4}$
4	$0,6360 \cdot 10^{-6}$	$1,8356 \cdot 10^{-6}$	$1,4916 \cdot 10^{-4}$	$1,1166 \cdot 10^{-4}$
5	$0,5439 \cdot 10^{-6}$	$1,9277 \cdot 10^{-6}$	$1,6239 \cdot 10^{-4}$	$1,2880 \cdot 10^{-4}$
6	$0,1196 \cdot 10^{-6}$	$2,3520 \cdot 10^{-6}$	$2,3014 \cdot 10^{-4}$	$2,0780 \cdot 10^{-4}$
$R_{pa(T/2)}$ wartości przyjęte do obliczeń, V_{ze}/C_0 szybkość absolutna środka Ziemi względem szybkości światła C_0 , V_{se}/C_0 szybkość absolutna środka Słońca względem szybkości światła C_0 .				

TABELA 14.

W Tabeli 14 podane są wyniki obliczeń wartości V_{ze}/C_0 , V_{se}/C_0 , odpowiadające przyjętym wartościom $R_{pa(T/2)}$.

Nie można przyjąć wartości w poz. 6 z dwóch powodów:

- 1) Dla wartości V_{ze}/C_0 , podanej w poz. 6, przesunięcia prążków interferencyjnych w interferometrze Michelsona byłyby widoczne (Tabela 2).
- 2) Pozorne wydłużenie się doby gwiazdowej Ziemi wyniosłoby kilka milisekund (Tabela 13).

Znając wartość $R_{pa(T/2)}$, uzyskaną w czasie eksperymentu, można obliczyć szybkości absolutne środków Ziemi i Słońca stosując metodę I.

Znając wartość $R_{pa(T/2)}$ można również określić kierunek prędkości absolutnej środka Słońca ($+\vec{V}_{se}$ lub $-\vec{V}_{se}$, Rys. 8), gdy wiemy z którego równania ((3.84) lub (3.85)) otrzymana została wartość V_{se}/C_0 .

Do obliczeń zastosowano PROGRAM VzeVse (wyniki obliczeń w Tabeli 14).

METODA II.

Wykorzystamy różnicę czasów zmierzonych przez dwa identyczne zegary atomowe ZA_a, ZA_b , umieszczone na tym samym, dowolnie wybranym, równoleżniku Ziemi.

Założenia: 1) Odległość zegarów od środka Ziemi jest jednakowa.

2) Zegar ZA_a umieszczony jest w miejscu o długości geograficznej λ .

Zegar ZA_b umieszczony jest w miejscu o długości geograficznej $\lambda + 180^\circ$.

Zsynchronizujemy zegary w chwili, gdy prędkość \vec{V}_{ra} zegara ZA_a , jest prostopadła do wektora \vec{V}_{ze} (Rys. 17). Wyznaczanie czasu UT synchronizacji opisane jest w metodzie I.

Szybkość absolutna V_{0ra} zegara ZA_a :

$$V_{0ra}^2 = V_{ze}^2 + V_{ra}^2 + 2V_{ra} V_{ze} \cos\Omega \sin\vartheta \quad \text{równanie (3.71).}$$

Szybkość absolutna V_{0rb} zegara ZA_b wynosi zatem:

$$(3.86) \quad V_{0rb}^2 = V_{ze}^2 + V_{rb}^2 + 2V_{rb} V_{ze} \cos\Omega \sin(\vartheta + \pi), \quad V_{rb} = V_{ra}$$

Czas mierzony przez zegar ZA_a :

Czas mierzony przez zegar ZA_b :

$$\Delta\tau_{2ra} \approx [1 - \frac{1}{4}(V_{0ra}/C_0)^2] \Delta\tau_1 \quad \Delta\tau_{2rb} \approx [1 - \frac{1}{4}(V_{0rb}/C_0)^2] \Delta\tau_1$$

Różnica czasów mierzonych przez zegary wynosi: $R_{ba} = \Delta\tau_{2rb} - \Delta\tau_{2ra} = \frac{1}{4C_0^2}(V_{0ra}^2 - V_{0rb}^2) \Delta\tau_1$

Po uwzględnieniu równań (3.71), (3.86) mamy: $R_{ba} = \frac{1}{2C_0^2} V_{ra} V_{ze} \cos\Omega [\sin\vartheta - \sin(\vartheta + \pi)] \Delta\tau_1$

Dla bardzo małych przyrostów wartości czasu $\Delta\tau_1$ dostajemy:

$$dR_{ba} = \frac{1}{2C_0^2} V_{ra} V_{ze} \cos\Omega [\sin\vartheta - \sin(\vartheta + \pi)] d(\Delta\tau_1)$$

Według zależności (3.51) $\Delta\tau_1 = \frac{\Delta\tau_2}{[1 - (V_0/C_0)^2]^{1/4}} \approx \Delta\tau_2$, bo wartość V_0/C_0 jest bardzo mała.

Kąty: $\vartheta = \frac{2\pi}{T} \Delta\tau_2$, $\vartheta + \pi = \frac{2\pi}{T} (\Delta\tau_2 + \frac{T}{2})$.

Zatem $dR_{ba} = \frac{1}{2C_0^2} V_{ra} V_{ze} \cos\Omega \{ \sin(\frac{2\pi}{T} \Delta\tau_2) - \sin[\frac{2\pi}{T} (\Delta\tau_2 + \frac{T}{2})] \} d(\Delta\tau_2)$

Różnica czasów zmierzonych przez zegary w czasie pół doby gwiazdowej, od chwili ich synchronizacji:

$$(3.87) \quad R_{ba(T/2)} = \frac{1}{2C_0^2} V_{ra} V_{ze} \cos\Omega \int_0^{T/2} \{ \sin(\frac{2\pi}{T} \Delta\tau_2) - \sin[\frac{2\pi}{T} (\Delta\tau_2 + \frac{T}{2})] \} d(\Delta\tau_2). \text{ Po scałkowaniu}$$

$$R_{ba(T/2)} = \frac{V_{ra} T}{\pi C_0^2} V_{ze} \cos\Omega.$$

Różnica czasów zmierzonych przez zegary w czasie doby gwiazdowej, od chwili ich synchronizacji:

$$(3.88) \quad R_{ba(T)} = \frac{1}{2C_0^2} V_{ra} V_{ze} \cos\Omega \int_0^T \{ \sin(\frac{2\pi}{T} \Delta\tau_2) - \sin[\frac{2\pi}{T} (\Delta\tau_2 + \frac{T}{2})] \} d(\Delta\tau_2). \text{ Po scałkowaniu}$$

$$R_{ba(T)} = 0$$

Po przekształceniu równania (3.87) i wprowadzeniu zależności (3.66), (3.82), dostajemy:

$$\frac{\pi C_0^2 R_{ba(T/2)}}{V_{ra} T} = \sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2} \cos[\arcsin \frac{V_{zs} \sin \varepsilon \cos(\eta + \eta_1) \pm V_{se} \cos \varepsilon}{\sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2}}]$$

Stąd otrzymujemy dwa równania do obliczenia szybkości V_{se} Słońca, względem eteru:

$$(3.89) \quad \frac{\pi C_0^2 R_{ba(T/2)}}{V_{ra} T} = \sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2} \cos \left[\arcsin \frac{V_{zs} \sin \varepsilon \cos(\eta + \eta_1) + V_{se} \cos \varepsilon}{\sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2}} \right],$$

$$\text{gdym} \quad \vec{V}_{ze} = \vec{V}_{zs} + \vec{V}_{se}, \quad \text{lub}$$

$$(3.90) \quad \frac{\pi C_0^2 R_{ba(T/2)}}{V_{ra} T} = \sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2} \cos \left[\arcsin \frac{V_{zs} \sin \varepsilon \cos(\eta + \eta_1) - V_{se} \cos \varepsilon}{\sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2}} \right],$$

$$\text{gdym} \quad \vec{V}_{ze} = \vec{V}_{zs} - \vec{V}_{se}$$

Z równań (3.89), (3.90) można obliczyć szybkość absolutną V_{se} Słońca metodą kolejnych przybliżeń, gdy znana jest wartość $R_{ba(T/2)}$. Wartość $R_{ba(T/2)}$ jest bezwzględną wartością różnicy czasów, zmierzonych przez zegary atomowe, po upływie pół doby gwiazdowej, od chwili ich synchronizacji.

Po obliczeniu szybkości V_{se} można obliczyć szybkość absolutną V_{ze} Ziemi.

$$V_{ze} = \sqrt{V_{zs}^2 + V_{se}^2} \quad \text{zależność (3.66),} \quad \text{gdzie:}$$

$$V_{zs} \quad \text{zależność (2.35).}$$

Szybkość zegara: $V_{ra} = \omega R \cos \varphi$ zależność (2.3).

Mamy zatem szybkości: V_{ze}, V_{se} (Tabela 15) z równań (3.89), (3.66) lub (3.90), (3.66).

Poz.	$R_{ba(T/2)}$ Do równania (3.89), $+\vec{V}_{se}$	$R_{ba(T/2)}$ Do równania (3.90), $-\vec{V}_{se}$	Wartości otrzymane z równań: (3.89), (3.66) lub (3.90), (3.66)	
	s	s	V_{ze}/C_0	V_{se}/C_0
1	$2,0927 \cdot 10^{-6}$	$2,8089 \cdot 10^{-6}$	$1,0436 \cdot 10^{-4}$	$0,3333 \cdot 10^{-4}$
2	$1,7403 \cdot 10^{-6}$	$3,1612 \cdot 10^{-6}$	$1,1897 \cdot 10^{-4}$	$0,6613 \cdot 10^{-4}$
3	$1,6401 \cdot 10^{-6}$	$3,2615 \cdot 10^{-6}$	$1,2440 \cdot 10^{-4}$	$0,7546 \cdot 10^{-4}$
4	$1,2511 \cdot 10^{-6}$	$3,6504 \cdot 10^{-6}$	$1,4916 \cdot 10^{-4}$	$1,1166 \cdot 10^{-4}$
5	$1,0670 \cdot 10^{-6}$	$3,8345 \cdot 10^{-6}$	$1,6239 \cdot 10^{-4}$	$1,2880 \cdot 10^{-4}$
6	$0,2183 \cdot 10^{-6}$	$4,6832 \cdot 10^{-6}$	$2,3014 \cdot 10^{-4}$	$2,0780 \cdot 10^{-4}$
$R_{ba(T/2)}$ wartości przyjęte do obliczeń, V_{ze}/C_0 szybkość absolutna środka Ziemi względem szybkości światła C_0 , V_{se}/C_0 szybkość absolutna środka Słońca względem szybkości światła C_0 .				

TABELA 15

W Tabeli 15 podane są wyniki obliczeń wartości V_{ze}/C_0 , V_{se}/C_0 , odpowiadające przyjętym wartościom $R_{ba(T/2)}$.

Nie można przyjąć wartości w poz. 6 z powodów wymienionych w metodzie I.

Znając wartość $R_{ba(T/2)}$, uzyskaną w czasie eksperymentu, można obliczyć szybkości absolutne Ziemi i Słońca stosując metodę II.

Znając wartość $R_{ba(T/2)}$ można również określić kierunek prędkości absolutnej środka Słońca ($+\vec{V}_{se}$ lub $-\vec{V}_{se}$, Rys. 8), gdy wiemy z którego równania ((3.89) lub (3.90)) otrzymana została wartość V_{se}/C_0 .

Do obliczeń zastosowano PROGRAM VzeVse (wyniki obliczeń w Tabeli 15)

III.5.1 OBLICZANIE PRĘDKOŚCI ABSOLUTNEJ ZIEMI I SŁOŃCA

(Przykład)

Założenia:

- 1) Zegar atomowy ZA_a umieszczony jest w miejscu o współrzędnych geograficznych $\varphi = 50^{\circ}34'$, $\lambda = 21^{\circ}41'$ (miasto Tarnobrzeg).
- 2) Eksperyment zacznie się 23 września 2011 roku, w celu otrzymania różnicy czasów, zmierzonych przez zegary atomowe.

Obliczymy najpierw czas synchronizacji zegarów atomowych.

Rok 2010. Początek zimy astronomicznej: 21 grudnia, $23^h38^m.5$ czasu UT.

Rok 2011. Początek wiosny astronomicznej: 20 marca, $23^h20^m.7$ czasu UT.

Stąd czas trwania zimy astronomicznej w latach 2010–2011 wynosi:

$$T_z = 88^d 23^h 42^m.2 = 88,9876388 \text{ dni} . \quad \text{Precesja w długości w czasie trwania zimy}$$

astronomicznej (2.16): $\Delta p = (T_z / T_{rz}) \cdot 50'' ,292 = 5,9404049 \cdot 10^{-5} \text{ rad} .$

$$\text{Z równania (2.17)} \quad 88,9876388 = t(\pi / 2 - 5,9404049 \cdot 10^{-5} - \eta_1) - t(2\pi - \eta_1)$$

obliczymy wartość kąta η_1 (Rys. 6), metodą kolejnych przybliżeń:

$$\eta_1 = 0,2295109 \text{ rad} = 13^{\circ},1501154$$

Z zależności (2.18) dostajemy $T_a = t(\eta_1) = 12,9054684 \text{ dni} .$

Czas jaki upłynął od początku zimy astronomicznej 2010 do końca roku kalendarzowego:

$$T_b = 9^d 21^m,5 = 9,0149305 \text{ dni} .$$

Różnica czasów:

$$T_a - T_b = 3,8905379 \text{ dni} .$$

Równonoc jesienna: 23 września, $9^h 4^m,6$ UT.

Czas $t_4(\nu)$ jaki upłynie od początku roku kalendarzowego 2011 do godziny $9^h 4^m,6$ UT

dnia 23 września 2011, wyniesie: $t_4(\nu) = 265^d 9^h 4^m,6 = 265,3781944 \text{ dni} , \quad 180^{\circ} < \nu < 360^{\circ} ,$

zatem z równania (2.21) $265,3781944 = T_{rg} + t(\nu) + 3,8905379$

obliczymy wartość anomalii prawdziwej, metodą kolejnych przybliżeń:

$$\nu = 4,465626 \text{ rad} = 255^{\circ},8621$$

Z równania (2.10) dostajemy: $\psi = 89^{\circ},0678643$

Z równania (3.69b): $\alpha_s \approx 180^{\circ} - \arctg [tg(90^{\circ} - \psi) \cos \varepsilon] = 179^{\circ},1448396 , \quad \alpha_{zs} = 90^{\circ}$

Z równania (3.69): $\psi_R = \alpha_s - \alpha_{zs} = 89^{\circ},1448396$

Z równania (3.67): $GHA_s = 180^{\circ} - \psi_R - \lambda = 69^{\circ},1718271 \quad (\lambda = 21^{\circ} 41' = 21^{\circ},6833333) .$

Tej wartości kąta GHA_s , zgodnie z rocznikiem The Nautical Almanac, odpowiada czas $16^h 29^m 5^s$ UT.

Czas UT synchronizacji zegarów: $T_{sym} = 16^h 29^m 5^s$ UT.

Zatem zegary należy zsynchronizować o godzinie $16^h 29^m 5^s$ UT w dniu 23 września.

O godzinie $4^h 27^m 7^s$ UT dnia 24 września upłynie pół doby gwiazdowej od chwili synchronizacji zegarów. O tej godzinie należy uzyskać, potrzebną do obliczeń, różnicę czasów zmierzonych przez zegary atomowe.

Do obliczania wartości szybkości absolutnej Ziemi i Słońca, zastosujemy PROGRAM VzeVse. Po wprowadzeniu do tego programu wartości różnicy czasów, zmierzonych przez zegary $R_{pa(T/2)}$ lub $R_{ba(T/2)}$ oraz wartości anomalii prawdziwej $\nu = 255^{\circ},8621$, otrzymujemy szybkości absolutne Ziemi i Słońca (metoda I, metoda II).

Wyniki obliczeń, dla przyjętych wartości $R_{pa(T/2)}$, $R_{ba(T/2)}$, podano w Tabelach 14, 15.

ROZDZIAŁ IV

PROGRAMY

IV.1 PROGRAM abIM

Oznaczenia:

$V_w = V_o / C_o$,	$ew1 = (e_{a5} - e_0) / \lambda_0$,	$ew2 = (e_{b5} - e_0) / \lambda_0$,	$L0 = \lambda_o$
g	grubość półprzeźroczystej płytki PP,		
g1	kąt γ_1 ,		
g2	kąt γ_2 ,		
ap	przyjęta wartość kąta α ,		
a	kąt α ,		
b	kąt β ,		
h	przyrost kątów α, β ,		
F	kąt Φ ,		
de	bardzo mała liczba dodatnia, przyjęta do obliczeń.		

Kąty występują w mierze łukowej.

Do obliczeń (PROGRAM abIM) przyjęto następujące wartości:

$$ap = 0,1 \text{ rad} , \quad h = 10^{-14} \text{ rad} , \quad de = 10^{-7} .$$

Przesunięcia prążków interferencyjnych wyznaczane są względem punktu M_0 o współrzędnej:

$$e_0 = 0.1508323849500 \text{ m}$$

Po wprowadzeniu do programu wartości wielkości zmiennych F, V_w , obliczenia zostają zakończone, gdy spełnione są warunki zbliżeń punktów A_5, B_5 do punktu M_0 :

$$ew1 \leq de \quad \text{i} \quad ew2 \leq de .$$

$$\text{Wtedy} \quad |ew1| = |(e_{a5} - e_0) / \lambda_0| < 10^{-7} \quad \text{i} \quad |ew2| = |(e_{b5} - e_0) / \lambda_0| < 10^{-7}$$

Do obliczeń przyjęto:

1) Wartości wymiarów podstawowych interferometru Michelsona:

$$L_1 = L_3 + 1,2 \text{ m} , \quad L_3 = 0,14 \text{ m} ,$$

$$L_2 = 1,2 \text{ m} , \quad L_4 = 0,10 \text{ m} ,$$

$$g = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (\text{grubość płytki PP}).$$

2) Długość fali źródła światła w próżni $\lambda_0 = 5,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

3) Współczynnik załamania płytki PP względem próżni $n_2 = 1,52$

Programy napisane są w języku TURBO PASCAL 7.

PROGRAM abIM;

Var

a, ap, b, Vw, h, de, ew, ew1, ew2, Rw, g1, g2, g11, g22,
a1, a2, a3, a4, a5, b1, b2, b3, b4, b5,
xa1, xa2, xa3, xa4, xa5, xa21, xa31, xa41, xa51,
xb1, xb2, xb3, xb4, xb5, xb21, xb31, xb41, xb51,
ya1, ya2, ya3, ya4, ya5, ya21, ya31, ya41, ya51,
yb1, yb2, yb3, yb4, yb5, yb21, yb31, yb41, yb51,
xya1, xya31, xya4, xya41,
xyb1, xyb2, xyb4, xyb21, xyb41,
r21, r22, r221, r23, r31, r32, r321, r33,
r41, r411, r42, r421, r43, r51, r52, r521, r53,
s21, s211, s22, s221, s23, s31, s32, s321, s33,
s41, s411, s42, s421, s43, s51, s52, s521, s53,
ea1, ea2, ea3, ea4, ea5, eb1, eb2, eb3, eb4, eb5,
qa1, qa2, qa3, qa4, qa5, qb1, qb2, qb3, qb4, qb5,
alu, a2u, a3u, a4u, a5u, b1u, b2u, b3u, b4u, b5u: real;

Const

L1=0,14+1.2; L2=1.2; L3=0.14; L4=0.1; L0=5.9E-7; g=1,25E-3;
Pi=3.14159265358; ap=0,1; h=1E-14; de=1E-7; e0=0.15083238495;

BEGIN

write('F='); read(F);
write('Vw='); read(Vw);

a:=ap; ew1:=0;

REPEAT

a:=a-(ABS(ew1)/de)*h;

g11:=sin(Pi/4-a)/n2;
g1:=arctan(g11/sqrt(1-g11*g11));

a1:=L3/(cos(a)-sin(a)-Vw*(cos(F)-sin(F)));
xya1:=L3+ a1*Vw*(cos(F)-sin(F));
xa1:=xya1*cos(a)/(cos(a)-sin(a));
ya1:=xya1*sin(a)/(cos(a)-sin(a));

xa21:=(L2-ya1+ a1*Vw*sin(F))*sin(a)/cos(a);
ya21:=L2+ a1*Vw*sin(F)-ya1;
r21:=Vw*sin(F)*(xa21*sin(a)/cos(a)+ ya21);
r221:=Vw*sin(F)/cos(a);
r22:=1-r221*r221;
r23:=r21*r21+ r22*(xa21*xa21+ ya21*ya21);

a2:=(r21+ sqrt(r23))/r22;
xa2:=xa1+ (L2-ya1+ (a1+ a2)*Vw*sin(F))*sin(a)/cos(a);
ya2:=L2+ (a1+ a2)*Vw*sin(F);

xya31:=L3+ ya2+ (a1+ a2)*Vw*(cos(F)-sin(F));
xa31:=sin(a)*xya31/(sin(a)+ cos(a))+ cos(a)*xa2/(sin(a)+ cos(a))-xa2;
ya31:=sin(a)*xya31/(sin(a)+ cos(a))+ cos(a)*xa2/(sin(a)+ cos(a))+
-L3-(a1+ a2)*Vw*(cos(F)-sin(F))-ya2;
r31:=(xa31*sin(a)-ya31*cos(a))*Vw*(cos(F)-sin(F))/(sin(a)+ cos(a));
r321:=Vw*(cos(F)-sin(F))/(sin(a)+ cos(a));
r32:=1-r321*r321;
r33:=r31*r31+ r32*(xa31*xa31+ ya31*ya31);

```

a3:=(r31+ sqrt(r33))/r32;
xa3:=(sin(a)/(sin(a)+ cos(a))*(L3+ ya2+ (a1+ a2+ a3)*Vw*(cos(F)-sin(F)))+
+ cos(a)*xa2/(sin(a)+ cos(a)));
ya3:=(sin(a)/(sin(a)+ cos(a))*xya31+ cos(a)*xa2/(sin(a)+ cos(a))+
-L3-(a1+ a2)*Vw*(cos(F)-sin(F))+
-(cos(a)/(sin(a)+ cos(a))*a3*Vw*(cos(F)-sin(F)));

xya41:=L3+ sqrt(2)*g+ (a1+ a2+ a3)*Vw*(cos(F)-sin(F))+
+ sin(Pi/4+ g1)*xa3/cos(Pi/4+ g1)+ ya3;
xa41:=(cos(Pi/4+ g1)/(sin(Pi/4+ g1)+ cos(Pi/4+ g1)))*xya41-xa3;
ya41:=-sin(Pi/4+ g1)/(sin(Pi/4+ g1)+ cos(Pi/4+ g1))*xya41+
+ sin(Pi/4+ g1)*xa3/cos(Pi/4+ g1);
r411:=xa41*cos(Pi/4+ g1)-ya41*sin(Pi/4+ g1);
r41:=r411*n2*Vw*(cos(F)-sin(F))/(sin(Pi/4+ g1)+ cos(Pi/4+ g1));
r421:=n2*Vw*(cos(F)-sin(F))/(sin(Pi/4+ g1)+ cos(Pi/4+ g1));
r42:=1-r421*r421;
r43:=r41*r41+ r42*(xa41*xa41+ ya41*ya41);
a4:=(r41+ sqrt(r43))/r42;
xya4:=L3+ sqrt(2)*g+ (a1+ a2+ a3+ n2*a4)*Vw*(cos(F)-sin(F))+
+ sin(Pi/4+ g1)*xa3/cos(Pi/4+ g1)+ ya3;
xa4:=cos(Pi/4+ g1)*xya4/(sin(Pi/4+ g1)+ cos(Pi/4+ g1));
ya4:=-sin(Pi/4+ g1)*xya4/(sin(Pi/4+ g1)+ cos(Pi/4+ g1))+
+ ya3+ sin(Pi/4+ g1)*xa3/cos(Pi/4+ g1);

xa51:=(L4-(a1+ a2+ a3+ n2*a4)*Vw*sin(F)+ ya4)*sin(a)/cos(a);
ya51:=-L4+ (a1+ a2+ a3+ n2*a4)*Vw*sin(F)-ya4;
r51:=(ya51-xa51*sin(a)/cos(a))*Vw*sin(F);
r521:=Vw*sin(F)/cos(a);
r52:=1-r521*r521;
r53:=r51*r51+ r52*(xa51*xa51+ ya51*ya51);
a5:=(r51+ sqrt(r53))/r52;
xa5:=(L4-(a1+ a2+ a3+ n2*a4+ a5)*Vw*sin(F)+ ya4)*sin(a)/cos(a)+ xa4;
ya5:=-L4+ (a1+ a2+ a3+ n2*a4+ a5)*Vw*sin(F);
ea5:=xa5-(a1+ a2+ a3+ n2*a4+ a5)*Vw*cos(F);

ew1:=(ea5-e0)/L0;
if a<-0.4 then ew1:=de;

```

UNTIL ew1<=de;

```
b:=ap; ew2:=0;
```

REPEAT b:=b-(ABS(ew2)/de)*h;

```
g22:=sin(Pi/4+ b)/n2;
g2:=arctan(g22/sqrt(1-g22*g22));
```

```

b1:=L3/(cos(b)-sin(b)-Vw*(cos(F)-sin(F)));
xyb1:=L3+ b1*Vw*(cos(F)-sin(F));
xb1:=xyb1*cos(b)/(cos(b)-sin(b));
yb1:=xyb1*sin(b)/(cos(b)-sin(b));

```

```

xyb21:=L3+ sqrt(2)*g+ b1*Vw*(cos(F)-sin(F))+ yb1+
+ sin(Pi/4-g2)*xb1/cos(Pi/4-g2);
xb21:=cos(Pi/4-g2)*xyb21/(sin(Pi/4-g2)+ cos(Pi/4-g2))-xb1;
yb21:=-sin(Pi/4-g2)*xyb21/(sin(Pi/4-g2)+ cos(Pi/4-g2))+

```

```

        + sin(Pi/4-g2)*xb1/cos(Pi/4-g2);
s211:=xb21*cos(Pi/4-g2)-yb21*sin(Pi/4-g2);
s21:=s211*n2*Vw*(cos(F)-sin(F))/(sin(Pi/4-g2)+cos(Pi/4-g2));
s221:=n2*Vw*(cos(F)-sin(F))/(sin(Pi/4-g2)+cos(Pi/4-g2));
s22:=1-s221*s221;
s23:=s21*s21+s22*(xb21*xb21+yb21*yb21);
b2:=(s21+sqrt(s23))/s22;
xyb2:=L3+sqrt(2)*g+(b1+n2*b2)*Vw*(cos(F)-sin(F))+yb1+
        +sin(Pi/4-g2)*xb1/cos(Pi/4-g2);
xb2:=cos(Pi/4-g2)*xyb2/(sin(Pi/4-g2)+cos(Pi/4-g2));
yb2:=-sin(Pi/4-g2)*xyb2/(sin(Pi/4-g2)+cos(Pi/4-g2))+yb1+
        +sin(Pi/4-g2)*xb1/cos(Pi/4-g2);
xb31:=L1+(b1+n2*b2)*Vw*cos(F)-xb2;
yb31:=(L1+(b1+n2*b2)*Vw*cos(F))*sin(b)/cos(b)-sin(b)*xb2/cos(b);
s31:=(xb31+yb31*sin(b)/cos(b))*Vw*cos(F);
s321:=Vw*cos(F)/cos(b);
s32:=1-s321*s321;
s33:=s31*s31+s32*(xb31*xb31+yb31*yb31);
b3:=(s31+sqrt(s33))/s32;
xb3:=L1+(b1+n2*b2+b3)*Vw*cos(F);
yb3:=(sin(b)/cos(b))*(L1+(b1+n2*b2+b3)*Vw*cos(F))+yb2+sin(b)*xb2/cos(b);

xyb41:=L3+sqrt(2)*g+(b1+n2*b2+b3)*Vw*(cos(F)-sin(F))+yb3+
        +sin(b)*xb3/cos(b);
xb41:=(cos(b)/(sin(b)+cos(b)))*xyb41-xb3;
yb41:=-sin(b)/(sin(b)+cos(b))*xyb41+sin(b)*xb3/cos(b);
s411:=xb41*cos(b)-yb41*sin(b);
s41:=s411*Vw*(cos(F)-sin(F))/(sin(b)+cos(b));
s421:=Vw*(cos(F)-sin(F))/(sin(b)+cos(b));
s42:=1-s421*s421;
s43:=s41*s41+s42*(xb41*xb41+yb41*yb41);
b4:=(s41+sqrt(s43))/s42;
xyb4:=L3+sqrt(2)*g+(b1+n2*b2+b3+b4)*Vw*(cos(F)-sin(F))+yb3+
        +sin(b)*xb3/cos(b);
xb4:=cos(b)*xyb4/(sin(b)+cos(b));
yb4:=-sin(b)*xyb4/(sin(b)+cos(b))+yb3+sin(b)*xb3/cos(b);

xb51:=(L4-(b1+n2*b2+b3+b4)*Vw*sin(F)+yb4)*sin(b)/cos(b);
yb51:=-L4+(b1+n2*b2+b3+b4)*Vw*sin(F)-yb4;
s51:=(yb51-xb51*sin(b)/cos(b))*Vw*sin(F);
s521:=Vw*sin(F)/cos(b);
s52:=1-s521*s521;
s53:=s51*s51+s52*(xb51*xb51+yb51*yb51);
b5:=(s51+sqrt(s53))/s52;
xb5:=(L4-(b1+n2*b2+b3+b4+b5)*Vw*sin(F)+yb4)*(sin(b)/cos(b))+xb4;
yb5:=-L4+(b1+n2*b2+b3+b4+b5)*Vw*sin(F);

eb5:=xb5-(b1+n2*b2+b3+b4+b5)*Vw*cos(F);
ew2:=(eb5-e0)/L0;

if a<-0.4 then ew2:=de;

UNTIL ew2<=de;
ea1:=xa1-a1*Vw*cos(F);
qa1:=ya1-a1*Vw*sin(F);
ea2:=xa2-(a1+a2)*Vw*cos(F);

```

```

      qa2:=ya2-(a1+ a2)*Vw*sin(F);
ea3:=xa3-(a1+ a2+ a3)*Vw*cos(F);
qa3:=ya3-(a1+ a2+ a3)*Vw*sin(F);
      ea4:=xa4-(a1+ a2+ a3+ n2*a4)*Vw*cos(F);
qa4:=ya4-(a1+ a2+ a3+ n2*a4)*Vw*sin(F); qa5:= -L4
      eb1:=xb1-b1*Vw*cos(F);
qb1:=yb1-b1*Vw*sin(F);
eb2:=xb2-(b1+ n2*b2)*Vw*cos(F);
qb2:=yb2-(b1+ n2*b2)*Vw*sin(F);
      eb3:=xb3-(b1+ n2*b2+ b3)*Vw*cos(F);
qb3:=yb3-(b1+ n2*b2+ b3)*Vw*sin(F);
eb4:=xb4-(b1+ n2*b2+ b3+ b4)*Vw*cos(F);
qb4:=yb4-(b1+ n2*b2+ b3+ b4)*Vw*sin(F); qb5:= -L4;
alu:=sqrt(ea1*ea1+ qa1*qa1);
a2u:=sqrt((ea2-ea1)*(ea2-ea1)+ (qa2-qa1)*(qa2-qa1));
a3u:=sqrt((ea3-ea2)*(ea3-ea2)+ (qa3-qa2)*(qa3-qa2));
a4u:=sqrt((ea4-ea3)*(ea4-ea3)+ (qa4-qa3)*(qa4-qa3));
a5u:=sqrt((ea5-ea4)*(ea5-ea4)+ (qa5-qa4)*(qa5-qa4));

      b1u:=sqrt(eb1*eb1+ qb1*qb1);
b2u:=sqrt((eb2-eb1)*(eb2-eb1)+ (qb2-qb1)*(qb2-qb1));
b3u:=sqrt((eb3-eb2)*(eb3-eb2)+ (qb3-qb2)*(qb3-qb2));
b4u:=sqrt((eb4-eb3)*(eb4-eb3)+ (qb4-qb3)*(qb4-qb3));
b5u:=sqrt((eb5-eb4)*(eb5-eb4)+ (qb5-qb4)*(qb5-qb4));

Rw:=(a1u+ a2u+ a3u+ n2*a4u+ a5u-b1u-n2*b2u-b3u-b4u-5u)/L0;

      write('a=',a);           writeln;
      write('b=',b);           writeln;
      write('ea5=',ea5);       writeln;
      write('eb5=',eb5);       writeln;

      write('Rw=',Rw);         writeln;
      write('frac(Rw)=' ,frac(Rw)); writeln;writeln;

```

END.

Program abIM przeznaczony jest do obliczeń par kątów (α, β) oraz względnej różnicy R_w dróg promieni światła.

IV.2 PROGRAM IntM;

Var

PROGRAM abIM

Const

PROGRAM abIM

```

BEGIN   write('a=');           read(a);
        write('b=');           read(b);
        write('F=');           read(F);
        write('Vw=');          read(Vw);

```

```
g11:=sin(Pi/4-a)/n2;
g1:=arctan(g11/sqrt(1-g11*g11));
```

PROGRAM abIM

```
xa5:=(L4-(a1+ a2+ a3+ n2*a4+ a5)*Vw*sin(F)+ ya4)*sin(a)/cos(a)+ xa4;
ya5:=-L4+ (a1+ a2+ a3+ n2*a4+ a5)*Vw*sin(F);
ea5:=xa5-(a1+ a2+ a3+ n2*a4+ a5)*Vw*cos(F);
```

```
g22:=sin(Pi/4+ b)/n2;
g2:=arctan(g22/sqrt(1-g22*g22));
```

```
b1:=L3/(cos(b)-sin(b)-Vw*(cos(F)-sin(F)));
```

PROGRAM abIM

```
xb5:=(L4-(b1+ n2*b2+ b3+ b4+ b5)*Vw*sin(F)+ yb4)*(sin(b)/cos(b))+ xb4;
yb5:=-L4+ (b1+ n2*b2+ b3+ b4+ b5)*Vw*sin(F);
```

```
eb5:=xb5-(b1+ n2*b2+ b3+ b4+ b5)*Vw*cos(F);
```

```
ea1:=xa1-a1*Vw*cos(F);
qa1:=ya1-a1*Vw*sin(F);
```

PROGRAM abIM

```
Rrw:=(a1u+ a2u+ a3u+ n2*a4u+ a5u-b1u-n2*b2u-b3u-b4u-b5u)/L0;
```

```
ew:=ABS(ea5-eb5)/L0;
```

```
write('ea5=',ea5);           writeln;
write('eb5=',eb5);           writeln;
write('ew=',ew);             writeln;
write('Rrw=',Rrw);           writeln;writeln;
```

END.

PROGRAM IntM przeznaczony jest do obliczania (Tabela 8):

- 1) Współrzędnych e_{a5}, e_{b5} niezbliżonych do siebie punktów A_5, B_5 .
- 2) Względnej odległości $|e_{a5} - e_{b5}| / \lambda_o$ punktów A_5, B_5 .
- 3) Względnej różnicy dróg R_{rw} promieni światła, dobiegających do wzajemnie odległych punktów A_5, B_5 ekranu M.

IV.3 PROGRAM abIn

Oznaczenia:

$V_w = V_o / C_o$,	$qw1 = (q_{a3} - q_0) / \lambda_0$,	$qw2 = (q_{b3} - q_0) / \lambda_0$,	$L_0 = \lambda_o$,
g	grubość półprzeźroczystej płytki PP,		
g2	kąt γ_2 ,		
ap	przyjęta wartość kąta α ,		
a	kąt α ,		
b	kąt β ,		
h	przyrost kątów α, β ,		
F	kąt Φ ,		
de	bardzo mała liczba dodatnia, przyjęta do obliczeń.		

Kąty występują w mierze łukowej.

Do obliczeń (PROGRAM abIn) przyjęto następujące wartości:

$$ap = 0,2 \text{ rad} \quad , \quad h = 10^{-14} \text{ rad} \quad , \quad de = 10^{-7} \quad . \quad V_w = 1,244 \cdot 10^{-4} \quad .$$

Przesunięcia prążków interferencyjnych wyznaczane są względem punktu M_0 o współrzędnej: $q_0 = 0,0314 \text{ m}$.

Po wprowadzeniu do programu wartości wielkości zmiennej F, obliczenia zostają zakończone, gdy spełnione są warunki zbliżeń punktów A_3, B_3 do punktu M_0 :

$$qw1 \leq de \quad \text{i} \quad qw2 \leq de \quad .$$

$$\text{Wtedy} \quad |qw1| = |(q_{a3} - q_0) / \lambda_0| < 10^{-7} \quad \text{i} \quad |qw2| = |(q_{b3} - q_0) / \lambda_0| < 10^{-7}$$

Do obliczeń przyjęto:

- 1) Wartości wymiarów podstawowych interferometru-Rys.Ud1:

$$L_1 = L_3 + 1,2 \text{ m} \quad , \quad L_2 = 0,8 \text{ m} \quad , \quad L_3 = 0,14 \text{ m} \quad ,$$

$$e_z = 0,15 \text{ m} \quad \text{współrzędna punktu } A_z \quad ,$$

$$g = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \text{grubość płytki PP.}$$

$$\alpha_z = 25^0 \quad \text{nachylenie zwierciadła } Z \text{ do ramienia } L_1 \quad ,$$

- 2) Długość fali źródła światła w próżni $\lambda_0 = 5,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

- 3) Współczynnik załamania płytki PP względem próżni $n_2 = 1,52$.

Programy napisane są w języku TURBO PASCAL 7.


```

PROGRAM abIn;
  Var
    a, ap, b, Vw, h, de, qw1, qw2, Rw, g2, g22,
    a1, a2, a3, b1, b2, b3, a21, a22, a31, a32,
    xa1, xa2, xa3, xa21, xa31, xb1, xb2, xb3, xb21, xb31,
    ya1, ya2, ya3, ya21, ya31, yb1, yb2, yb3, yb21, yb31,
    xya1, xya31, xyb1, xyb2,
    r21, r22, r221, r23, r31, r32, r321, r33,
    s21, s211, s22, s221, s23, s31, s32, s321, s33,
    ea1, ea2, ea3, eb1, eb2, eb3, qa1, qa2, qa3, qb1, qb2, qb3,
    a1u, a2u, a3u, b1u, b2u, b3u : real;
  Const
    L1=0.14+1.2; L2=0,8; L3=0.14; L0=5.9E-7; g=1.25E-3;
    q0=0,0314; az=0,436332313; ez=0,15;
    Pi=3.14159265358; ap=0,2; h=1E-14; de=1E-7;
BEGIN
  write('F=');      read(F);
  a:=ap;  qw1:=0;

  REPEAT
    a:=a-(ABS(qw1)/de)*h;
    a1:=L3/(cos(a)-sin(a)-Vw*(cos(F)-sin(F)));
    xya1:=L3+ a1*Vw*(cos(F)-sin(F));
    xa1:=xya1*cos(a)/(cos(a)-sin(a));
    ya1:=xya1*sin(a)/(cos(a)-sin(a));
    a21:=ya1-L2-a1*Vw*sin(F)+ sin(az)*(ez-xa1+ a1*Vw*cos(F))/cos(az);
    a22:=sin(az)*(sin(a)-Vw*cos(F))/cos(az)+ Vw*sin(F)-cos(A);
    a2:=a21/a22;
    xa2:=xa1+ a2*sin(a);
    ya2:=cos(a)*(xa2-xa1)/sin(a)+ ya1;
    a31:=cos(2*az+ a)*(xa2-L1-(a1+ a2)*Vw*cos(F))/sin(2*az+ a);
    a32:=cos(2*az+ a)*Vw*cos(F)/sin(2*az+ a)-cos(2*az+ a);
    a3:=a31/a32;
    xa3:=L1+ (a1+ a2+ a3)*Vw*cos(F);
    ya3:=ya2-a3*cos(2*az+ a);
    qa3:=ya3-(a1+ a2+ a3)*sin(F);
    qw1:=(qa3-q0)/L0;
    if a<1e-6 then qw1:=de;
  UNTIL qw1<=de;

  b:=ap;  qw2:=0;
  REPEAT b:=b-(ABS(qw2)/de)*h;
    g22:=sin(Pi/4+ b)/n2;
    g2:=arctan(g22/sqrt(1-g22*g22));
    b1:=L3/(cos(b)-sin(b)-Vw*(cos(F)-sin(F)));
    xyb1:=L3+ b1*Vw*(cos(F)-sin(F));
    xb1:=xyb1*cos(b)/(cos(b)-sin(b));
    yb1:=xyb1*sin(b)/(cos(b)-sin(b));
    xyb21:=L3+ sqrt(2)*g+ b1*Vw*(cos(F)-sin(F))+ yb1+
      + sin(Pi/4-g2)*xb1/cos(Pi/4-g2);
    xb21:=cos(Pi/4-g2)*xyb21/(sin(Pi/4-g2)+ cos(Pi/4-g2))-xb1;
    yb21:=-sin(Pi/4-g2)*xyb21/(sin(Pi/4-g2)+ cos(Pi/4-g2))+
      + sin(Pi/4-g2)*xb1/cos(Pi/4-g2);
    s211:=xb21*cos(Pi/4-g2)-yb21*sin(Pi/4-g2);
    s21:=s211*n2*Vw*(cos(F)-sin(F))/(sin(Pi/4-g2)+ cos(Pi/4-g2));
    s221:=n2*Vw*(cos(F)-sin(F))/(sin(Pi/4-g2)+ cos(Pi/4-g2));

```

```

s22:=1-s221*s221;
s23:=s21*s21+ s22*(xb21*xb21+ yb21*yb21);
b2:=(s21+ sqrt(s23))/s22;
xyb2:=L3+ sqrt(2)*g+ (b1+ n2*b2)*Vw*(cos(F)-sin(F))+ yb1+
+ sin(Pi/4-g2)*xb1/cos(Pi/4-g2);
xb2:= cos(Pi/4-g2)*xyb2/(sin(Pi/4-g2)+ cos(Pi/4-g2));
yb2:=-sin(Pi/4-g2)*xyb2/(sin(Pi/4-g2)+ cos(Pi/4-g2))+ yb1+
+ sin(Pi/4-g2)*xb1/cos(Pi/4-g2);
xb31:=L1+ (b1+ n2*b2)*Vw*cos(F)-xb2;
yb31:=(L1+ (b1+ n2*b2)*Vw*cos(F))*sin(b)/cos(b)-sin(b)*xb2/cos(b);
s31:=(xb31+ yb31*sin(b)/cos(b))*Vw*cos(F);
s321:=Vw*cos(F)/cos(b);
s32:=1-s321*s321;
s33:= s31*s31+ s32*(xb31*xb31+ yb31*yb31);
b3:=(s31+ sqrt(s33))/s32;
xb3:=L1+ (b1+ n2*b2+ b3)*Vw*cos(F);
yb3:=(sin(b)/cos(b))*(L1+ (b1+ n2*b2+ b3)*Vw*cos(F))+ yb2+ sin(b)*xb2/cos(b);
qb3:=yb3-(b1+ n2*b2+ b3)*Vw*sin(F);
qw2:=(qb3-q0)/L0;
if a< 1e-6 then qw2:=de;
UNTIL qw2<=de;
ea1:=xa1-a1*Vw*cos(F);
qa1:=ya1-a1*Vw*sin(F);
ea2:=xa2-(a1+ a2)*Vw*cos(F);
qa2:=ya2-(a1+ a2)*Vw*sin(F);
ea3:=xa3-(a1+ a2+ a3)*Vw*cos(F);
qa3:=ya3-(a1+ a2+ a3)*Vw*sin(F);
eb1:=xb1-b1*Vw*cos(F);
qb1:=yb1-b1*Vw*sin(F);
eb2:=xb2-(b1+ n2*b2)*Vw*cos(F);
qb2:=yb2-(b1+ n2*b2)*Vw*sin(F);
eb3:=xb3-(b1+ n2*b2+ b3)*Vw*cos(F);
qb3:=yb3-(b1+ n2*b2+ b3)*Vw*sin(F);
a1u:=sqrt(ea1*ea1+ qa1*qa1);
a2u:=sqrt((ea2-ea1)*(ea2-ea1)+ (qa2-qa1)*(qa2-qa1));
a3u:=sqrt((ea3-ea2)*(ea3-ea2)+ (qa3-qa2)*(qa3-qa2));
b1u:=sqrt(eb1*eb1+ qb1*qb1);
b2u:=sqrt((eb2-eb1)*(eb2-eb1)+ (qb2-qb1)*(qb2-qb1));
b3u:=sqrt((eb3-eb2)*(eb3-eb2)+ (qb3-qb2)*(qb3-qb2));
Rw:=(a1u+ a2u+ a3u-b1u-n2*b2u-b3u)/L0;

write('a=',a); write('a=',a);
write('b=',b); write('b=',b);
write('qa3=',qa3); write('qa3=',qa3);
write('qb3=',qb3); write('qb3=',qb3);
write('Rw=',Rw); write('Rw=',Rw);
write('frac(Rw)=',frac(Rw)); write('frac(Rw)=',frac(Rw));

```

END.

Program abIn przeznaczony jest do obliczeń par kątów (α, β) oraz względnej różnicy R_w dróg promieni światła (interferometr-Rys.Ud1).

IV.4 PROGRAM Vo1Vo2

Oznaczenia:

α_s	ALFAs,	ν	NI (anomalia prawdziwa),
α_{zs}	ALFAzs,	φ	FI,
α_{se}	ALFAse,	λ	LAMBDA,
α_{sel}	ALFAse1,	η_1	ETA1,
δ_{zs}	DELTAzs	η_2	ETA2,
δ_{se}	DELTAse,	η_3	ETA3,
δ_{sel}	DELTAse1,	η_0	ETA0
ε	EPSILON,		
ψ	PSI,		
ω	OMEGA,		

Kąty wyrażone są w stopniach ...^o w układzie dziesiętnym.
Program napisany jest w języku TURBO PASCAL 7.

```
PROGRAM Vo1Vo2;
```

```
  Var
```

```
  b, ETA0, ETA1, ETA2, ETA3, NI, PSI, g3, k1, k2, k11, k22, k33,
  ALFAs, ALFAzs, ALFAse, ALFAse1,
  DELTAse, DELTAse1, DELTAzs, GHAaries, LHAzs, LHase, LHase1,
  Hzs, Hse, Hse1, H01, H02,
  Azs, Ase, Ase1, A01, A02,
  dzs, dse, dse1,
  zzs, zse, zse1, z01, z02,
  Vzs, Vse,
  Vru2, Vzsu1, Vzsu2, Vzsu3, Vseu1, Vseu2, Vseu3,
  Vselu1, Vselu2, Vselu3,
  V01u1, V01u2, V01u3, V02u1, V02u2, V02u3, V01, V02,
  h1, h2, h3, h4, h5, az1, az2, az3, az4, az5 : real;
```

```
  Const
```

```
  Pi=3.14159265358; C0=3E5;
  a=149597E3; e=0.01671; EPSILON=0.4090877;
  R=6378.1; OMEGA=7.292115E-5; Trg=365.256366; Trz=365.242199;
  ALFAse=3*Pi/2; ALFAse1=Pi/2; DELTAse=Pi/2-EPSILON,
  DELTAse1= - (Pi/2-EPSILON);
```

```
  BEGIN      write('FI=');          read(FI);
             write('LAMBDA=');      read(LAMBDA);
             write('ALFAs=');        read(ALFAs);
             write('GHAaries=');     read(GHAaries);
             write('NI=');           read(NI);
```

```
  FI:=FI*Pi/180;  LAMBDA:=LAMBDA*Pi/180;
  ALFAs:=ALFAs*Pi/180;  GHAaries:=GHAaries*Pi/180;  NI:=NI*Pi/180;
  b:=sqrt(a*a-sqr(e*a));
  g3:=e*(1+e*cos(NI))/(sin(NI)*(1-e*e));
  ETA3:=arctan(-sqr(b/a)*(g3+cos(NI)/sin(NI)));
  ETA2:=ABS(ETA3);          ETA0:=arctan(b/(e*a));
```

```

if NI > 0 then begin if NI<=Pi-ETA0 then PSI:=NI+ ETA2; end;
if NI > Pi-ETA0 then begin if NI<Pi then PSI:=NI-ETA2; end;
if NI > Pi then begin if NI<=Pi+ ETA0 then PSI:=-Pi+ NI+ ETA2; end;
if NI > Pi+ ETA0 then begin if NI<2*Pi then PSI:=-Pi+ NI-ETA2; end;

k11:=arctan(sin(ALFAs)/(cos(ALFAs)*cos(EPSILON)));
if ALFAs>1.487E-2 then begin if ALFAs<Pi/2 then k1:=k11; end;
if ALFAs>Pi/2 then begin if ALFAs<3*Pi/2 then k1:=Pi+ k11; end;
if ALFAs>3*Pi/2 then begin if ALFAs<2*Pi then k1:=2*Pi+ k11; end;

k2:=k1-PSI;
k22:=arctan(sin(k2)*cos(EPSILON)/cos(k2));
if k2>-Pi/2 then begin if k2<Pi/2 then ALFAzs:=k22; end;
if k2> Pi/2 then begin if k2<3*Pi/2 then ALFAzs:=Pi+ k22; end;

k33:=sin(k2)*sin(EPSILON);
DELTAzs:=arctan(k33/sqrt(1-k33*k33));
LHAzs:=GHAaries-ALFAzs+ LAMBDA;
h1:=cos(DELTAzs)*cos(FI)*cos(LHAzs)+ sin(DELTAzs)*sin(FI);
Hzs:=arctan(h1/sqrt(1-h1*h1));
dzs:=(sin(DELTAzs)-sin(Hzs)*sin(FI))/(cos(Hzs)*cos(FI));
zzs:=dzs/ABS(dzs);
az1:=cos(DELTAzs)*sin(LHAzs)/cos(Hzs);
Azs:=(Pi/2)*(3+ zzs)-zzs*arctan(az1/sqrt(1-az1*az1));
Vzs:=2*Pi*a*(1+ e*cos(NI))/(Trg*24*3600*sqrt(1-e*e)*sin(PSI));

LHAse:=GHAaries-ALFAse+ LAMBDA;
h2:=cos(DELTAse)*cos(FI)*cos(LHAse)+ sin(DELTAse)*sin(FI);
Hse:=arctan(h2/sqrt(1-h2*h2));

dse:=(sin(DELTAse)-sin(Hse)*sin(FI))/(cos(Hse)*cos(FI));
zse:=dse/ABS(dse);
az2:=cos(DELTAse)*sin(LHAse)/cos(Hse);
Ase:=(Pi/2)*(3+ zse)-zse*arctan(az2/sqrt(1-az2*az2));

LHAse1:=GHAaries-ALFAse1+ LAMBDA;
h3:=cos(DELTAse1)*cos(FI)*cos(LHAse1)+ sin(DELTAse1)*sin(FI);
Hse1:=arctan(h3/sqrt(1-h3*h3));
dse1:=(sin(DELTAse1)-sin(Hse1)*sin(FI))/(cos(Hse1)*cos(FI));
zse1:=dse1/ABS(dse1);
az3:=cos(DELTAse1)*sin(LHAse1)/cos(Hse1);
Ase1:=(Pi/2)*(3+ zse1)-zse1*arctan(az3/sqrt(1-az3*az3));

Vse:=C0*0.7546E-4;
Vru2:=OMEGA*R*cos(FI);
Vzsu1:=Vzs*cos(Hzs)*cos(Azs);
Vzsu2:=Vzs*cos(Hzs)*sin(Azs);
Vzsu3:=Vzs*sin(Hzs);
Vseu1:=Vse*cos(Hse)*cos(Ase);
Vseu2:=Vse*cos(Hse)*sin(Ase);
Vseu3:=Vse*sin(Hse);
Vse1u1:=Vse*cos(Hse1)*cos(Ase1);
Vse1u2:=Vse*cos(Hse1)*sin(Ase1);
Vse1u3:=Vse*sin(Hse1);

```

```

V01u1:=Vzsu1+ Vseu1;
V01u2:=Vru2+ Vzsu2+ Vseu2;
V01u3:=Vzsu3+ Vseu3;
V01:=sqrt(sqr(V01u1)+ sqr(V01u2)+ sqr(V01u3));
h4:=V01u3/V01;
H01:=arctan(h4/sqrt(1-h4*h4));
z01:=V01u1/ABS(V01u1);
az4:=V01u2/(V01*cos(H01));
A01:=(Pi/2)*(3+ z01)+ z01*arctan(az4/sqrt(1-az4*az4));

V02u1:=Vzsu1+ Vse1u1;
V02u2:=Vru2+ Vzsu2+ Vse1u2;
V02u3:=Vzsu3+ Vse1u3;
V02:=sqrt(sqr(V02u1)+ sqr(V02u2)+ sqr(V02u3));
h5:=V02u3/V02;
H02:=arctan(h5/sqrt(1-h5*h5));
z02:=V02u1/ABS(V02u1);
az5:=V02u2/(V02*cos(H02));
A02:=(Pi/2)*(3+ z02)+ z02*arctan(az5/sqrt(1-az5*az5));

H01:=H01*180/Pi;      A01:=A01*180/Pi;
H02:=H02*180/Pi;      A02:=A02*180/Pi;
                        if A01>360 then A01:=A01-360;
                        if A02>360 then A02:=A02-360;

write('Vzs=',Vzs);   writeln;
write('Hzs=',Hzs);   writeln;
write('Azs=',Azs);   writeln;writeln;
                        write('Vo=V01=',V01);   writeln;
                        write('H01=',H01);       writeln;
                        write('A01=',A01);       writeln;writeln;

write('Vo=V02=',V02); writeln;
write('H02=',H02);   writeln;
write('A02=',A02);   writeln;writeln;

```

END.

Program ten służy do obliczania współrzędnych prędkości: \vec{V}_{zs} , \vec{V}_{01} (2.1), \vec{V}_{02} (2.2) w układzie horyzontalnym.

IV.5 PROGRAM VzeVse

Oznaczenia:

ε	EPS,	η_0	ETA0,	ω	OMEGA.
ψ	PSI,	η_2	ETA2,	$R_{pa(T/2)}$	Rpa,
φ	FI,	η_3	ETA3,	$R_{ba(T/2)}$	Rba.
		ν	NI (anomalia prawdziwa),		

PROGRAM VzeVse;

Var

b, g3, ETA0, ETA, ETA2, ETA3, NI, PSI,

Vzs, Vze, Vse, Vra, d, d1, d0, Rpa, Rba : Real;

Const

Pi=3.14159265358;

a=149597E3; e=0.01671; EPS=0.4090877; R=6378.1; Trg=365.256366; T=86164.1;

OMEGA=7.292115E-5; Co=3E5; ETA1=0.2295132; FI=0.882554825;

```

BEGIN   write('Rpa=');           read(Rpa);
        write('NI=');           read(NI);           NI:=NI*Pi/180;

        b:=sqrt(a*a-sqr(e*a));
        g3:=e*(1+e*cos(NI))/(sin(NI)*(1-e*e));
        ETA3:=arctan(-sqr(b/a)*(g3+cos(NI)/sin(NI)));
        ETA2:=ABS(ETA3);           ETA0:=arctan(b/(e*a));
        if NI > 0 then begin if NI<=Pi-ETA0 then PSI:=NI+ETA2; end;
        if NI > Pi-ETA0 then begin if NI<Pi then PSI:=NI-ETA2; end;
        if NI > Pi then begin if NI<=Pi+ETA0 then PSI:=-Pi+NI+ETA2; end;
        if NI > Pi+ETA0 then begin if NI<2*Pi then PSI:=-Pi+NI-ETA2; end;
        Vzs:=2*Pi*a*(1+e*cos(NI))/(Trg*24*3600*sqrt(1-e*e)*sin(PSI));
        Vra:=OMEGA*R*cos(FI);
        if NI > 0 then begin if NI<=Pi-ETA0 then ETA:=Pi-ETA2; end;
        if NI > Pi-ETA0 then begin if NI<Pi then ETA:=Pi+ETA2; end;
        if NI > Pi then begin if NI<2*Pi then ETA:=ETA3; end;

        Vse:=0;   d0:=1E-5;
REPEAT   Vse:=Vse+d*1E-1;

        d1:=(Vzs*sin(EPS)*cos(ETA+ETA1)+Vse*cos(EPS))/sqrt(Vzs*Vzs+Vse*Vse);
        d:=ABS(2*Pi*Co*Co*Rpa/(Vra*T)-Pi*Vra/4-sqrt(Vzs*Vzs+Vse*Vse)*
        cos(arctan(d1/sqrt(1-d1*d1))));
        if d>25 then d:=0.5*d0;
UNTIL   d<d0;   Vze:=sqrt(Vzs*Vzs+Vse*Vse);

        write(' Vze=', Vze);   writeln;
        write(' Vse=', Vse);   writeln;   writeln;

END.

```

PROGRAM VzeVse służy do obliczania szybkości absolutnej Ziemi (Vze) i Słońca (Vse). Wielkości zmienne d1, d będące w instrukcji REPEAT, powinny odpowiadać poszczególnym równaniom (3.84), (3.85), (3.89), (3.90).

W powyższej instrukcji REPEAT uwzględniono równanie (3.84).

Wyniki obliczeń, zawarte w Tabeli 14, dotyczą równań (3.84),(3.85) (metoda I).

Wyniki obliczeń, zawarte w Tabeli 15, dotyczą równań (3.89),(3.90) (metoda II).

STWIERDZENIA I WNIOSKI

Doświadczenia Michelsona i obliczone wartości przesunięć prążków interferencyjnych w modelu matematycznym, potwierdzają założenia istnienia eteru i stosowalność transformacji Galileusza. Szybkość światła, w układzie inercjalnym, zależy od prędkości tego układu względem eteru. Obserwując przesunięcia prążków interferencyjnych, możemy określić szybkość absolutną interferometru. Można zatem wykonać szybkościomierz, wskazujący szybkość absolutną układu inercjalnego (statku kosmicznego), bez powiązań z zewnętrznymi układami odniesień.

Na podstawie wyników obliczeń, zawartych w Tabelach, określona została szybkość absolutna interferometru na powierzchni Ziemi, wyrażona względem szybkości światła:

$$10^{-4} \leq V_0 / C_0 < 2 \cdot 10^{-4} \quad (1.124).$$

Zgodnie z przewidywaniem J. C. Maxwella, przy pomocy zjawisk optycznych, określone zostały szybkości srodków Ziemi, Słońca i naszej Galaktyki względem eteru.

Wartości przesunięć prążków interferencyjnych, podane w Tabelach 2, ..., 5, można sprawdzić doświadczalnie poprzez umieszczenie interferometru Michelsona w statku kosmicznym, którego szybkość absolutna, wyrażona względem szybkości światła, określona jest nierównością: $V_0 / C_0 > 2 \cdot 10^{-4}$.

Z rozważań zawartych w rozdziale III wynika, że drugie prawo ruchu Newtona, po uwzględnieniu zmiennej masy cząstki, ma postać zmienniczą względem transformacji Galileusza. Prawa mechaniki Newtona, po uwzględnieniu zmiennej masy cząstki, są różne w układach 1 i 2. Można zatem, również przy pomocy doświadczeń mechanicznych, wykonywanych wewnątrz układu inercjalnego (statku kosmicznego), wyznaczyć szybkość absolutną tego układu. Powyższe stwierdzenie wynika z równań (3.13a), (3.13b), (3.13c), Rys. 12.

Ponadto wykazano, iż znając różnice czasów zmierzonych przez zegary atomowe, umieszczone na powierzchni Ziemi, można obliczyć prędkości absolutne Ziemi i Słońca. Stwierdzono, że wydłużanie się doby gwiazdowej Ziemi względem czasu mierzonego przez zegary atomowe, jest pozorne. Zegar w układzie 2 spóźnia się względem identycznego zegara, umieszczonego w układzie wyróżnionym 1.

W pracy stwierdzono również, że czas życia cząstek nietrwałych w układzie 2 jest dłuższy od czasu życia takich samych cząstek, znajdujących się w układzie wyróżnionym 1.

UZUPEŁNIENIE

U.I PRĘDKOŚCI ŚRODKÓW ZIEMI I SŁOŃCA WZGLĘDEM ETERU

W zmianach długości doby Ziemi [9] występują:

* Trend liniowy, powodujący wydłużanie się doby Ziemi około $1,8 \text{ ms}$ na 100 lat
czyli 18 s na milion lat.

* Składowa długookresowa o amplitudzie około 1 ms .

Pozostałe składowe zmian długości doby są sezonowe, oscylacyjne.

Uważamy, że w rzeczywistości składowa długookresowa zmian długości doby Ziemi jest pozorna i wyrażona jest równaniem (3.61):

$$R_T = \frac{3}{4}(V_0/C_0)^2 \sqrt{1-(V_0/C_0)^2} T. \text{ Należy przyjąć zatem: } R_T = 1 \text{ ms}$$
$$T = 86164,091 \text{ s}$$

Po przekształceniu równania (3.61) otrzymujemy:

$$V_0/C_0 \approx 2 \sqrt{\frac{R_T}{3T}}, \text{ bo } \sqrt{1-(V_0/C_0)^2} \approx 1, \text{ gdyż } V_0/C_0 \ll 1. \text{ Stąd}$$

$$V_0/C_0 \approx 2 \sqrt{\frac{10^{-3}}{3 \cdot 86164,091}} \approx 1,244 \cdot 10^{-4}, \quad V_0 \approx V_{ze}, \text{ zatem}$$

$$(U.1) \quad V_{ze}/C_0 \approx 1,244 \cdot 10^{-4}$$

Iloraz V_{ze}/C_0 określa szybkość środka Ziemi względem eteru, wyrażoną względem szybkości światła C_0 .

Obliczona wartość $V_{ze}/C_0 \approx 1,244 \cdot 10^{-4}$ mieści się w przedziale (1.126):

$10^{-4} \leq V_{ze}/C_0 < 2 \cdot 10^{-4}$, określonym przy użyciu interferometru Alberta Michelsona.

Zatem korzystając z wyników obserwacji ruchu obrotowego Ziemi przy użyciu zegarów atomowych, można obliczyć szybkość środka Ziemi względem eteru.

Szybkość V_{se} środka Słońca względem eteru, wyrażona względem szybkości światła C_0 , wynosi:

$$(U.2) \quad V_{se}/C_0 \approx 0,7546 \cdot 10^{-4} \quad (\text{Tabela 14 i 15, poz.3}).$$

Podana wartość $V_{se}/C_0 \approx 0,7546 \cdot 10^{-4}$ mieści się w przedziale (1.127):

$0 \leq V_{se}/C_0 < 1,73 \cdot 10^{-4}$, określonym przy użyciu interferometru Alberta Michelsona.

Można teraz ustalić kierunek prędkości absolutnej Słońca ($+\vec{V}_{se}$, $-\vec{V}_{se}$, Rys. 8) oraz prędkości \vec{V}_{01} (2.1), \vec{V}_{02} (2.2).

Metoda I (Tabela 14, poz.3):

Istnieją prędkości $+\vec{V}_{se}$, \vec{V}_{01} (2.1), gdy różnica czasów zmierzonych przez zegary atomowe w czasie eksperymentu wynosi $R_{pa(T/2)} = 0,8305 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, lub

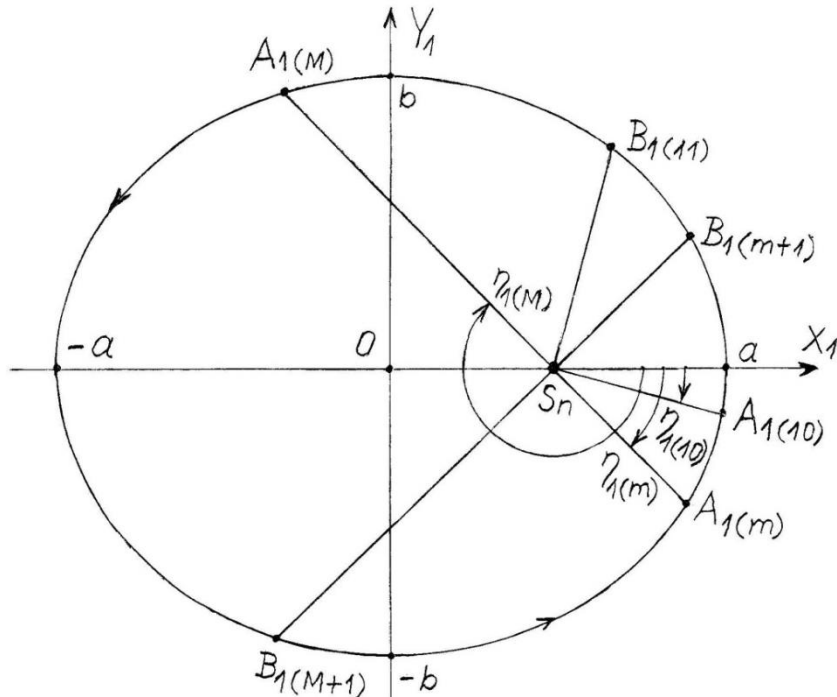
istnieją prędkości $-\vec{V}_{se}$, \vec{V}_{02} (2.2), gdy różnica czasów wynosi $R_{pa(T/2)} \approx 1,6421 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

Metoda II (Tabela 15, poz.3):

Istnieją prędkości $+\vec{V}_{se}$, \vec{V}_{01} (2.1), gdy różnica czasów zmierzonych przez zegary atomowe w czasie eksperymentu wynosi $R_{ba(T/2)} = 1,6401 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, lub

istnieją prędkości $-\vec{V}_{se}$, \vec{V}_{02} (2.2), gdy różnica czasów wynosi $R_{ba(T/2)} = 3,2615 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

U.II CZAS TRWANIA ZIMY ASTRONOMICZNEJ



Rys.Ua Położenia Ziemi, gdy zaczynają się zimy astronomiczne i w czasie równonocy wiosennej.

- OZNACZENIA: a średnia odległość Ziemi od Słońca,
 b mała półoś orbity Ziemi,
 S_n środek Słońca,
 A_1 położenie Ziemi gdy zaczyna się zima astronomiczna,
 B_1 położenie Ziemi w czasie równonocy wiosennej,
(10) rok 2010, (11) rok 2011,
 (m) rok, w którym czas trwania zimy astronomicznej jest najkrótszy,
 $(m+1)$ rok następny,
 (M) rok, w którym czas trwania zimy astronomicznej jest najdłuższy,
 $(M+1)$ rok następny.

Kąty: $\sphericalangle(A_{1(10)} S_n B_{1(11)}) \approx 90^0$, $\sphericalangle(A_{1(m)} S_n B_{1(m+1)}) \approx 90^0$, $\sphericalangle(A_{1(M)} S_n B_{1(M+1)}) \approx 90^0$.

Powyższe kąty są mniejsze od 90^0 o kąt precesji w ekliptyce w czasie trwania zimy astronomicznej.

Kąt $\eta_1 = \sphericalangle(a S_n A_1)$ wyznacza położenie Ziemi na jej orbicie wokół Słońca, gdy zaczyna się zima astronomiczna.

Kąt η_1 zwiększa się w każdym roku o kąt precesji p .

Roczna precesja p w ekliptyce (w długości) wynosi: $p \approx 50''$, $292/T_{rz} = 0^0,01397/T_{rz}$,
gdzie: T_{rz} rok zwrotnikowy.

Rok 2008, 2009 (przykład na stronie 46):

(U.3) $\eta_{1(8)} = 13^0,212402$,

(U.4) $T_{z(8)} = 88^d 23^h 40^m = 88,986111 \text{ dni}$,

gdzie: T_z czas trwania zimy astronomicznej.

Rok 2010, 2011 (przykład na stronie 73):

$$(U.5) \quad \eta_{1(10)} = 13^0,1501154,$$

$$(U.6) \quad T_{z(10)} = 88^d 23^h 42^m,2 = 88,9876388 \text{ dni}$$

Rok $m, m+1$:

$$(U.7) \quad \eta_{1(m)} = 45^0, \quad \frac{\eta_{1(m)} - \eta_{1(10)}}{p} = \frac{45^0 - 13^0,1501154}{0^0,01397/T_{rz}} = 2280 T_{rz}, \quad \text{zatem}$$

$$(U.8) \quad m = 2010 + 2280 = 4290$$

Czas trwania zimy astronomicznej wyznaczmy z równania (2.17):

$$T_{z(m)} = t(90^0 - \Delta p - \eta_{1(m)}) - t(360^0 - \eta_{1(m)}), \quad \text{stąd}$$

$$(U.9) \quad T_{z(m)} = 88,587430398 \text{ dni}$$

Zatem w roku 4290 będzie najkrótszy czas trwania zimy astronomicznej: 88,587430398 dni.

Do roku 4290 czasy trwania zim astronomicznych będą malały, więc dla każdego roku n w tym czasie spełnione są nierówności:

$$(U.10) \quad \eta_{1(n+1)} > \eta_{1(n)}$$

$$(U.11) \quad T_{z(n+1)} < T_{z(n)}$$

Kąty (U.3), (U.5) oraz czasy (U.4), (U.6) wyznaczone zostały, znając czasy początków zim astronomicznych i równonocy wiosennych, podanych w rocznikach astronomicznych (Instytut Geodezji i Kartografii):

$$\eta_{1(10)} < \eta_{1(8)}$$

$$T_{z(10)} > T_{z(8)}$$

Powyższe nierówności są sprzeczne z nierównościami (U.10), (U.11). Występują zatem nieścisłości w tych rocznikach astronomicznych.

Powyższe nieścisłości mają mały wpływ na dokładność wyników obliczeń w przykładach na stronach 46, 73.

Rok $M, M+1$:

$$(U.12) \quad \eta_{1(M)} = 225^0, \quad \frac{\eta_{1(M)} - \eta_{1(10)}}{p} = \frac{225^0 - 13^0,1501154}{0^0,01397/T_{rz}} \approx 15165 T_{rz}, \quad \text{zatem}$$

$$(U.13) \quad M = 2010 + 15165 = 17175$$

Czas trwania zimy astronomicznej wyznaczmy z równania:

$$(U.14) \quad T_{z(M)} \approx T_{rg} - t(\nu) + t(\nu + 90^0), \quad \text{gdzie: } \nu = 360^0 - \eta_{1(M)} = 135^0,$$

$t(\nu)$ funkcja (2.13)

Stąd

T_{rg} rok gwiazdowy.

$$(U.15) \quad T_{z(M)} \approx 94,086078982 \text{ dni}.$$

Zatem w roku 17175 będzie najdłuższy czas trwania zimy astronomicznej: 94,086078982 dni.

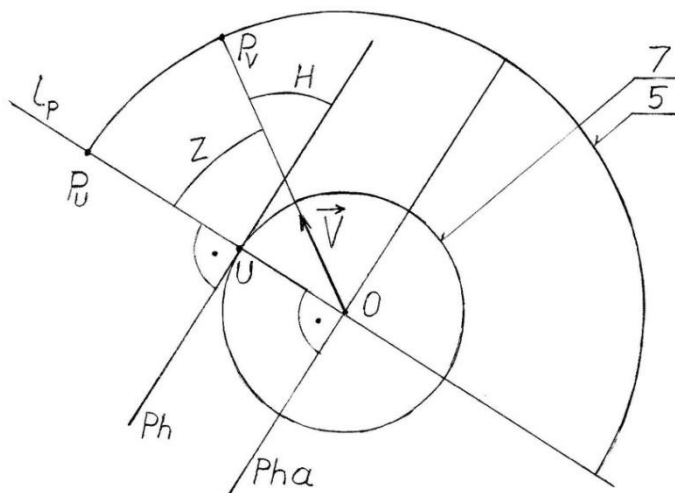
Od roku 4290 do roku 17175 czasy trwania zim astronomicznych będą się wydłużać, więc dla każdego roku n w tym czasie spełnione będą nierówności:

$$(U.16) \quad \eta_{1(n+1)} > \eta_{1(n)}$$

$$(U.17) \quad T_{z(n+1)} > T_{z(n)}$$

Obliczenia wykonano przy założeniu stałości parametrów ruchu orbitalnego Ziemi.

- 6 południk zerowy (przechodzący przez Greenwich),
- P punkt leżący na obwodzie półkuli (poz. 5),
- φ_p, L współrzędne punktu P ,



Rys.Ub2 Wysokość zenitalna Z i wysokość H prędkości \vec{V} środka Ziemi.

- OZNACZENIA: O środek kuli Ziemi,
 7 kula ziemiska,
 Z wysokość zenitalna prędkości \vec{V} środka Ziemi,
 H wysokość prędkości \vec{V} środka Ziemi,
 U punkt (miejsce) na kuli Ziemi, w którym znajduje się obserwator,
 Pha płaszczyzna horyzontu astronomicznego (jej rzut),
 Ph płaszczyzna horyzontu przechodząca przez punkt U (jej rzut),
 $5, l_p, P_U, P_V$ opisano na Rys.Ub1 .

Możemy określić następujące wektory jednostkowe (Rys.Ub1):

$$(U.18) \quad \vec{OP}_N = [0, \quad 0, \quad 1]$$

$$(U.19) \quad \vec{OP}_U = [\cos \varphi, \quad 0, \quad \sin \varphi]$$

$$(U.20) \quad \vec{OP}_V = [\cos \delta \cos LHA, \quad \cos \delta \sin LHA, \quad \sin \delta] ,$$

gdzie: $LHA = GHA + \lambda$

Moduły wektorów jednostkowych:

$$(U.21) \quad OP_N = OP_U = OP_V = 1$$

WYSOKOŚĆ H PRĘDKOŚCI \vec{V} ŚRODKA ZIEMI.

Wysokość zenitalną Z prędkości \vec{V} środka Ziemi wyznaczymy korzystając z iloczynu skalarnego wektorów (U.19), (U.20).

$$\cos Z = \frac{\vec{OP}_U \cdot \vec{OP}_V}{OP_U OP_V} = \cos \delta \cos \varphi \cos LHA + \sin \delta \sin \varphi$$

Na Rys.Ub2 widoczna jest zależność:

$$Z = 90^\circ - H , \quad \text{zatem}$$

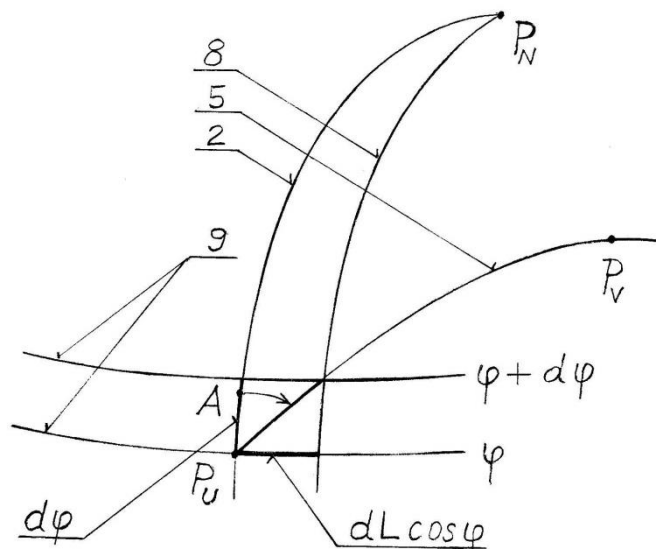
$$\cos Z = \cos(90^\circ - H) = \sin H , \quad \text{zatem}$$

$$(U.22) \quad \sin H = \cos \delta \cos \varphi \cos LHA + \sin \delta \sin \varphi$$

Stąd wysokość H prędkości \vec{V} środka Ziemi wynosi:

$$(U.23) \quad H = \arcsin(\cos \delta \cos \varphi \cos LHA + \sin \delta \sin \varphi)$$

AZYMUT A PRĘDKOŚCI \vec{V} ŚRODKA ZIEMI.



Rys.Ub3 Azymut A prędkości \vec{V} środka Ziemi.

OZNACZENIA:

- A azymut prędkości \vec{V} środka Ziemi (Rys.Ub1),
- 8 południk,
- 9 równoleżniki ,
- 2, 5, P_U, P_V opisano na Rys.Ub1.

Wyberzmy dowolny punkt P na obwodzie półkółka (Rys.Ub1, poz.5) w pobliżu punktu $P_U(\varphi, \lambda)$.

Oznaczmy współrzędne punktu P przez φ_p, L . Zatem mamy punkt $P(\varphi_p, L)$.

Wektor jednostkowy \vec{OP} :

$$(U.24) \quad \vec{OP} = [\cos \varphi_p \cos L, \quad \cos \varphi_p \sin L, \quad \sin \varphi_p]$$

Utwórzmy wektor \vec{W}_V prostopadły do półkółka przechodzącego przez punkty P_U, P_V, P i linię pionu lp . Wektor \vec{W}_V jest więc prostopadły do wektorów $\vec{OP}_U, \vec{OP}_V, \vec{OP}$.

Wektor \vec{W}_V otrzymamy stosując iloczyn wektorowy wektorów (U.19), (U.20):

$$(U.25) \quad \vec{W}_V = \vec{OP}_U \times \vec{OP}_V = [W_{V1}, \quad W_{V2}, \quad W_{V3}] , \quad \text{gdzie:}$$

$$(U.26) \quad W_{V1} = -\cos \delta \sin \varphi \sin LHA$$

$$(U.27) \quad W_{V2} = \cos \delta \sin \varphi \cos LHA - \sin \delta \cos \varphi$$

$$(U.28) \quad W_{V3} = \cos \delta \cos \varphi \sin LHA$$

Następnie, stosując iloczyn skalarny wektora \vec{W}_V i wektora \vec{OP} dostajemy równanie obwodu półkółka: $\vec{W}_V \cdot \vec{OP} = 0$, zatem

$$W_{V1} \cos \varphi_p \cos L + W_{V2} \cos \varphi_p \sin L + W_{V3} \sin \varphi_p = 0 , \quad \text{stad po przekształceniu}$$

mamy równanie: $W_{V1} \cos L + W_{V2} \sin L + W_{V3} \operatorname{tg} \varphi_p = 0$.

Po zróżniczkowaniu powyższego równania dostajemy:

$$(U.29) \quad (-W_{V1} \sin L + W_{V2} \cos L)dL + W_{V3} \frac{1}{\cos^2 \varphi_p} d\varphi_p = 0$$

Jeżeli punkt $P(\varphi_p, L)$ (Rys.Ub1) zmierza do punktu $P_U(\varphi, \lambda)$, wtedy $\varphi_p \rightarrow \varphi$ i $L \rightarrow 0$,

zatem $\sin L \rightarrow 0$, $\cos L \rightarrow 1$

Równanie (U.29) przyjmuje teraz postać:

$W_{V2}dL + W_{V3} \frac{1}{\cos^2 \varphi} d\varphi = 0$, stąd po przekształceniu otrzymujemy:

$$(U.30) \quad dL = \frac{-W_{V3}}{W_{V2} \cos^2 \varphi} d\varphi$$

Z Rys.Ub3 wynika następująca zależność:

$$\sin A = \frac{dL \cos \varphi}{\sqrt{(dL \cos \varphi)^2 + (d\varphi)^2}} , \quad \text{gdzie: } A \text{ azymut prędkości } \vec{V} \text{ środka Ziemi.}$$

Po uwzględnieniu równania (U.30) i przekształceniu powyższego równania mamy:

$$\sin A = \frac{-W_{V3}}{\sqrt{W_{V3}^2 + W_{V2}^2 \cos^2 \varphi}}$$

Po uwzględnieniu współrzędnych (U.27), (U.28) dostajemy:

$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{-\cos \delta \cos \varphi \sin LHA}{\sqrt{(\cos \delta \cos \varphi \sin LHA)^2 + (\cos \delta \sin \varphi \cos LHA - \sin \delta \cos \varphi)^2 \cos^2 \varphi}} = \\ &= \frac{-\cos \delta \cos \varphi \sin LHA}{\sqrt{\cos^2 H \cos^2 \varphi}} = \frac{-\cos \delta}{\cos H} \sin LHA \end{aligned}$$

Zatem ostatecznie :

$$(U.31) \quad \sin A = \frac{-\cos \delta}{\cos H} \sin LHA$$

Wyznamy teraz $\cos A$.

Utwórzmy wektor \vec{W}_N prostopadły do płaszczyzny południka niebieskiego obserwatora.

Południk ten przechodzi przez punkty P_U, P_N . Wektor \vec{W}_N jest więc prostopadły do wektorów \vec{OP}_U, \vec{OP}_N . Wektor \vec{W}_N otrzymamy stosując iloczyn wektorowy wektorów (U.18), (U.19).

$$(U.32) \quad \vec{W}_N = \vec{OP}_U \times \vec{OP}_N = [W_{N1} , W_{N2} , W_{N3}] , \quad \text{gdzie:}$$

$$W_{N1} = 0 , \quad W_{N2} = -\cos \varphi , \quad W_{N3} = 0 , \quad \text{zatem}$$

$$(U.33) \quad \vec{W}_N = [0 , -\cos \varphi , 0]$$

Azymut prędkości \vec{V} środka Ziemi jest kątem zawartym między płaszczyzną południka niebieskiego obserwatora i półkołem przechodzącym przez punkty P_U, P_V i linię pionu lp .

Azymut prędkości \vec{V} środka Ziemi jest więc również kątem zawartym między wektorami \vec{W}_V (U.25), \vec{W}_N (U.32). Zatem

$$(U.34) \quad \cos A = \frac{\vec{W}_V \cdot \vec{W}_N}{W_V W_N}$$

Iloczyn skalarny wektorów (U.25), (U.33): $\vec{W}_V \cdot \vec{W}_N = (\cos \delta \sin \varphi \cos LHA - \sin \delta \cos \varphi) (-\cos \varphi)$.

Stąd po przekształceniu i skorzystaniu z zależności (U.22) otrzymujemy:

$$(U.35) \quad \vec{W}_V \cdot \vec{W}_N = \sin \delta - \sin H \sin \varphi$$

Moduł wektora \vec{W}_V (U.25): $W_V = \sqrt{W_{V1}^2 + W_{V2}^2 + W_{V3}^2}$

Po uwzględnieniu współrzędnych (U.26), (U.27), (U.28) i zależności (U.22) dostajemy:

$$(U.36) \quad W_V = \sqrt{\cos^2 H} = \cos H$$

Moduł wektora \vec{W}_N (U.33): $W_N = \sqrt{W_{N1}^2 + W_{N2}^2 + W_{N3}^2} = \sqrt{(-\cos \varphi)^2} = \cos \varphi$, zatem

$$(U.37) \quad W_N = \cos \varphi$$

Po wprowadzeniu do równania (U.34) iloczynu skalarnego (U.35) i modułów (U.36), (U.37) otrzymujemy ostatecznie:

$$(U.38) \quad \cos A = \frac{\sin \delta - \sin H \sin \varphi}{\cos H \cos \varphi}$$

U.IV SZYBKOŚĆ ZIEMI I ŚWIATŁA WZGLĘDEM ETERU

Szybkość C światła w próżni względem układu inercjalnego zależy od szybkości V_0 tego układu względem eteru oraz od kierunku poruszania się światła w układzie. Szybkość C możemy określić równaniem (3.7):

$$(U.39) \quad C(\alpha_{o,2}) = C_0 [\sqrt{1 - (V_0/C_0)^2 \sin^2 \alpha_{o,2}} - (V_0/C_0) \cos \alpha_{o,2}] , \quad \text{bo } V_{2\max} = C ,$$

gdzie: C_0 szybkość światła w próżni względem eteru,
 $\alpha_{o,2}$ kąt wyznaczający kierunek poruszania się światła, Rys.11.

Gdy szybkość V_0 jest równa szybkości V_{ze} środka Ziemi względem eteru, wtedy równanie (U.39) przyjmuje postać:

$$(U.40) \quad C(\alpha_{o,2}) = C_0 [\sqrt{1 - (V_{ze}/C_0)^2 \sin^2 \alpha_{o,2}} - (V_{ze}/C_0) \cos \alpha_{o,2}]$$

Z istniejących danych doświadczalnych [1] wynika, że szybkość światła C w próżni, zmierzona na Ziemi, wynosi: $C = (299\,792\,458 \pm 1,2) \text{ m/s}$, zatem

$$(299\,792\,458 - 1,2) \text{ m/s} \leq C \leq (299\,792\,458 + 1,2) \text{ m/s}$$

W niemal wszystkich pomiarach światła jest więc wartością, uzyskaną przy obu kierunkach ruchu światła.

Z równania (U.40) wynika, że największa wartość zmierzonej szybkości światła C_{\max} występuje, gdy prędkość światła jest prostopadła ($\alpha_{o,2} = \pm 90^0$) do prędkości \vec{V}_{ze} Ziemi i jest jednakowa w obu kierunkach. Należy więc uważać, że szybkość $(299\,792\,458 + 1,2) \text{ m/s}$ odpowiada wykonywanym pomiarom szybkości światła przy kątach $\alpha_{o,2} = \pm 90^0$ i w pobliżu tych kątów. Zatem największa szybkość światła C_{\max} względem Ziemi, przeliczona na czas absolutny, wynosi:

$$(U.41) \quad C_{\max} = C(\alpha_{o,2} = \pm 90^0) = C_0 \sqrt{1 - (V_{ze}/C_0)^2} \approx \frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} (299\,792\,458 + 1,2) \text{ m/s} .$$

Z zależności (3.49) mamy:

$$(U.42) \quad \frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} = [1 - (V_{ze}/C_0)^2]^{1/4} \approx 1 - \frac{1}{4} (V_{ze}/C_0)^2, \quad \text{bo } V_{ze}/C_0 \ll 1$$

Z równania (U.40) wynika również, że najmniejsza wartość zmierzonej szybkości światła C_{\min} występuje, gdy prędkość światła jest równoległa do prędkości \vec{V}_{ze} Ziemi.

Należy więc przyjąć, że szybkość $(299\,792\,458 - 1,2) \text{ m/s}$ odpowiada wykonywanym pomiarom szybkości światła przy kątach $\alpha_{o,2} = 0$, $\alpha_{o,2} = 180^0$ i w pobliżu tych kątów. Zatem najmniejsza szybkość światła C_{\min} względem Ziemi, przeliczona na czas absolutny, wynosi:

$$(U.43) \quad C_{\min} = \frac{2l}{l/(C_0 - V_{ze}) + l/(C_0 + V_{ze})} = C_0 [1 - (V_{ze}/C_0)^2] \approx \frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} (299\,792\,458 - 1,2) \text{ m/s}$$

gdzie: l droga, którą przebiega światło w jednym kierunku podczas pomiaru.

Z równań (U.41) otrzymujemy:

$$(U.44) \quad C_0 \approx \frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} (299\,792\,458 + 1,2) \frac{1}{\sqrt{1 - (V_{ze}/C_0)^2}} \text{ m/s} .$$

Z równań (U.43), (U.44) mamy:

$$(299\,792\,458 + 1,2) \frac{1 - (V_{ze}/C_0)^2}{\sqrt{1 - (V_{ze}/C_0)^2}} \approx (299\,792\,458 - 1,2) , \quad \text{stąd}$$

$$(U.45) \quad (299\,792\,458 + 1,2) \sqrt{1 - (V_{ze}/C_0)^2} \approx (299\,792\,458 - 1,2) , \quad \text{stąd}$$

$$(U.46) \quad (299\,792\,458 + 1,2) \left[1 - \frac{1}{2} (V_{ze} / C_0)^2 \right] \approx (299\,792\,458 - 1,2) \quad , \quad \text{bo } V_{ze} / C_0 \ll 1$$

Po przekształceniu powyższego równania dostajemy:

$$V_{ze} / C_0 \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 2,4}{299\,792\,458 + 1,2}} = 1,265 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \text{zatem}$$

$$(U.47) \quad V_{ze} / C_0 \approx 1,265 \cdot 10^{-4}$$

Iloraz (U.47) określa szybkość V_{ze} środka Ziemi względem eteru, wyrażoną względem szybkości światła C_0 i mieści się w przedziale (1.126): $10^{-4} \leq V_{ze} / C_0 < 2 \cdot 10^{-4}$, określonym przy użyciu interferometru Alberta Michelsona.

Gdy uwzględnimy zależność (U.42) oraz $V_{ze} / C_0 \ll 1$, wtedy równanie (U.44) przyjmuje

$$\text{postać:} \quad C_0 \approx \left[1 - \frac{1}{4} (V_{ze} / C_0)^2 \right] (299\,792\,458 + 1,2) \left[1 + \frac{1}{2} (V_{ze} / C_0)^2 \right] \text{ m/s}$$

Uwzględnivszy zależność (U.47) otrzymujemy:

$$C_0 \approx \left[1 - \frac{1}{4} (1,265 \cdot 10^{-4})^2 \right] (299\,792\,458 + 1,2) \left[1 + \frac{1}{2} (1,265 \cdot 10^{-4})^2 \right] \text{ m/s} = 299\,792\,460,4 \text{ m/s} .$$

Zatem szybkość światła C_0 w próżni względem eteru, wyrażona w czasie absolutnym, wynosi:

$$(U.48) \quad C_0 \approx 299\,792\,460,4 \text{ m/s} .$$

Występująca tu jednostka metra odpowiada definicji metra do roku 1983, opartej na długości fali światła i wyznaczonej przy użyciu interferometru Alberta Michelsona.

U.V WARTOŚCI PRZESUNIĘĆ PRAŻKÓW INTERFERENCYJNYCH

Przy obliczeniach wartości przesunięć prążków interferencyjnych w interferometrze Alberta Michelsona (tabele 1, ..., 7) przyjęto stałą wartość długości fali światła $\lambda_0 = 5,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, emitowanego przez źródło światła. Źródło to umieszczone jest w interferometrze i ma szybkość absolutną V_0 interferometru.

Napiszmy równania:

$$(U.49) \quad \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{02}} = \frac{\omega_{A2}}{\omega_{A1}} = \frac{\sqrt{m_{01}}}{\sqrt{m_{02}}} = \left(\frac{m_{01}}{m_{02}} \right)^{1/2} = [1 - (V_0 / C_0)^2]^{1/4} \quad ,$$

gdzie: λ_{01} długość fali światła, gdy źródło światła ma szybkość absolutną $V_0 = 0$ – układ 1,

λ_{02} długość fali światła, gdy źródło światła ma szybkość absolutną V_0 – układ 2,

ω_{A1}, ω_{A2} częstotści drgań atomów źródła światła w układach 1, 2,

m_{01}, m_{02} masy spoczynkowe atomów źródła światła w układach 1, 2.

$$m_{01} = m_{02} \sqrt{1 - (V_0 / C_0)^2} \quad \text{zależność (3.27a)}.$$

Układy 1, 2 przedstawione są na Rys. 10.

Z równań (U.49) otrzymujemy:

$$(U.50) \quad \lambda_{02} = \frac{\lambda_{01}}{[1 - (V_0 / C_0)^2]^{1/4}}$$

Względna różnica dróg promieni światła w interferometrze określona jest więc zależnością:

$$(U.51) \quad \frac{\Delta l}{\lambda_{02}} = \frac{\Delta l}{\lambda_{01}} [1 - (V_0 / C_0)^2]^{1/4}$$

Według zależności (1.109a): $\Delta l / \lambda_0 = R_w$, zatem można napisać:

$$(U.52) \quad \frac{\Delta l}{\lambda_{02}} = R_w [1 - (V_0 / C_0)^2]^{1/4}$$

Zgodnie z zależnością (1.113) wartość k przesunięcia prążków interferencyjnych wynosi:

$k(\Phi_2, V_w) = R_{w2} - R_{w1}$. Po uwzględnieniu (U.52) równanie (1.113) przyjmuje postać:

$$(U.53) \quad k(\Phi_2, V_w) = (R_{w2} - R_{w1}) [1 - (V_0 / C_0)^2]^{1/4}$$

$$(U.54) \quad k(\Phi_2, V_w) = (R_{w2} - R_{w1}) [1 - \frac{1}{4}(V_0 / C_0)^2], \quad \text{gdy } V_0 / C_0 \ll 1.$$

Równanie (1.117), określające wartość k przesunięcia prążków interferencyjnych w zależności od przyrostu odległości Δl_2 przyjmuje postać:

$$(U.55) \quad k(\Phi_n, V_w, \Delta l_2) = (R_{w2\Delta l_2} - R_{w2}) [1 - (V_0 / C_0)^2]^{1/4}$$

$$(U.56) \quad k(\Phi_n, V_w, \Delta l_2) = (R_{w2\Delta l_2} - R_{w2}) [1 - \frac{1}{4}(V_0 / C_0)^2], \quad \text{gdy } V_0 / C_0 \ll 1$$

Wartości przesunięć prążków interferencyjnych, podane w Tabelach 2, 3, 4, 5

(bez ostatniej pozycji) oraz w Tabelach 6, 7 ulegają bardzo małym zmianom, bo wyrażenia

$[1 - (V_0 / C_0)^2]^{1/4}$, $1 - \frac{1}{4}(V_0 / C_0)^2$ mają wartości bliskie liczby 1 dla podanych wartości

$V_w = V_0 / C_0$ w tych tabelach.

Zmiana wartości przesunięć prążków interferencyjnych dla $V_w = 0,1$:

$$k(\Phi_2, V_w) = (R_{w2} - R_{w1}) [1 - (0,1)^2]^{1/4} \approx (R_{w2} - R_{w1}) 0,99749$$

Przy wyznaczaniu wartości przesunięć prążków interferencyjnych w interferometrze należy uwzględnić zależność długości fali światła (U.50), wysyłanego przez źródło, od szybkości absolutnej V_0 tego źródła.

U.VI JEDNOSTKI MIAR

Od roku 1983 obowiązuje następująca definicja jednostki długości:

Metr jest to odległość, jaką pokonuje światło w próżni w czasie (1/299792458) sekundy.

Z pracy wynika, że szybkość światła w próżni jest stała tylko w układzie absolutnym

(wyróżnionym). Szybkość światła w próżni, w układzie inercjalnym, zależy od szybkości absolutnej tego układu i od kierunku poruszania się światła. Czasy mierzone przez zegary atomowe zależą od ich szybkości absolutnej.

Zatem długość wyznaczana w laboratoriach, według wymienionej definicji, zmienia się, bo zależy od szybkości orbitalnej Ziemi i jej ruchu obrotowego.

Stąd jednostki pochodne, wyrażone za pomocą metra i sekundy, nie są stałe.

Z powyższych względów jednostki miar powinny być zdefiniowane dla układu wyróżnionego.

U.VII RUCH PERYHELIUM MERKUREGO

W roku 1859, francuski astronom Urbain Le Verrier stwierdził, że ruch peryhelium Merkurego odbiega od teoretycznych przewidywań. Le Verrier obliczył wkłady poszczególnych planet do obrotu eliptycznej orbity Merkurego, stosując newtonowską mechanikę nieba. Suma oddziaływań perturbacyjnych wszystkich planet zewnętrznych wyniosła około $526''{,}7$ w czasie 100 lat, czyli rocznie około $5''{,}267$.

Przeanalizował zapisy obserwacji astronomicznych od roku 1697. Pozwoliły one na dokładne ustalenie położenia Merkurego i określenie wartości obserwowanego jego ruchu peryhelium, równego $565''$ w czasie 100 lat. Wystąpiła zatem różnica obserwowanego i obliczonego ruchu peryhelium, wynosząca około $38''{,}3$ w czasie 100 lat, czyli rocznie około $0''{,}383$.

To dodatkowe przesunięcie $0''{,}383$ Merkurego w kierunku jego ruchu orbitalnego można uzasadnić wydłużaniem się doby Ziemi.

Gdyby szybkość kątowna obrotu Ziemi była stała, wtedy skutek perturbacji planet, obserwowany coroczny ruch peryhelium Merkurego byłby równy $5''{,}267$.

Jednak z powodu wydłużania się doby Ziemi o Δt_a w czasie roku, obserwator widział Merkurego przesuniętego w kierunku ruchu orbitalnego tej planety o dodatkowy kąt $0''{,}383$ będący anomalią prawdziwą: $\nu = 0''{,}383 = 0^0{,}000106388$. Zastosujmy teraz funkcję $t(\nu)$, wyznaczającą czas, po upływie którego Merkury znajdzie się w miejscu na jego torze eliptycznym, określonym przez kąt ν (anomalię prawdziwą). Funkcję $t(\nu)$ określa zależność (2.13), Rys. 6.

$$t(\nu) = \frac{e\sqrt{1-e^2} T_{rg}}{2\pi} \left(\frac{2}{e\sqrt{1-e^2}} \arctg \frac{\sqrt{1-e^2} \operatorname{tg}(\nu/2)}{1+e} - \frac{\sin \nu}{1+e \cos \nu} \right) \quad (2.13), \text{ gdzie:}$$

$$T_{rg} = 87^d 23^h 15^m 44^s = 7600544 s \quad (\text{rok gwiazdowy Merkurego}),$$

$$e = 0,20563069 \quad (\text{ekscentryczność orbity Merkurego}),$$

Znając kąt $\nu = 0^0{,}000106388$, obliczymy z zależności (2.13) roczne wydłużanie się doby Ziemi Δt_a w latach 1697 – 1859: $\Delta t_a = t(\nu = 0^0{,}000106388) \approx 1,448 s$.

W drugiej połowie XX wieku, kiedy zbudowano zegary atomowe, zaczęto dokładne obserwacje ruchu obrotowego Ziemi. Wykazane zostało, przy ich użyciu, wydłużanie się doby Ziemi. W latach 1972 – 2012, czyli w czasie 40 lat, doba wydłużyła się o $25 s$. Zatem roczne średnie wydłużenie się doby, w tym przedziale czasu, wynosi: $25 s / 40 = 0,625 s$.

Pozorne, roczne wydłużanie się doby Ziemi, względem czasu mierzonego przez zegary atomowe, wynosi około $0,365 s$ (Tabela 13). Zatem rzeczywiste, roczne wydłużanie się doby Δt_b w latach 1972 – 2012, wynosi: $\Delta t_b \approx 0,625 s - 0,365 s = 0,26 s$.

Z powyższych rozważań wynika zmniejszanie się wartości wydłużania doby Ziemi: $\Delta t_b < \Delta t_a$. Proces ten zakończy się po stopnieniu lodowców (U.9) i wtedy będą występować tylko małe, oscylacyjne i sezonowe zmiany długości doby. Nadejście następnej epoki lodowcowej spowoduje znaczny wzrost szybkości ruchu obrotowego Ziemi, wskutek dużego zmniejszania się momentu bezwładności Ziemi.

Wskutek oddziaływań Księżyca i Słońca, występuje wytracanie energii ruchu obrotowego Ziemi, powodujące wydłużanie się doby Ziemi około $1,8 ms$ w czasie 100 lat [9].

U.VIII STAŁA PLANCKA ?

Fizyka kwantowa przewiduje, że częstotliwość ν linii widmowych atomu wodoru ma następującą postać:

$$(U.57) \quad \nu = \frac{m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{k^2} \right), \quad \text{gdzie:}$$

- j, k liczby całkowite, opisujące odpowiednio niższy i wyższy stan stacjonarny,
 m masa elektronu,
 e ładunek elektryczny elektronu,
 ε_0 przenikalność elektryczna próżni,
 h stała Plancka ($h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$).

Uwzględnijmy ruch atomu wodoru w układzie wyróżnionym (absolutnym).

Gdy atom porusza się z szybkością absolutną V_0 , wtedy masa elektronu wynosi:

$$(U.58) \quad m = m_{02} = m_{01} \gamma \quad \text{zależność (3.27),} \quad \text{gdzie:}$$

m_{01} masa spoczynkowa elektronu w układzie wyróżnionym,

$$(U.58a) \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (V_0 / C_0)^2}} \quad \text{wyrażenie, zależność (3.2),}$$

C_0 szybkość światła w próżni, względem układu wyróżnionego (względem eteru).

Zgodnie z fizyką kwantową, moment pędu elektronu zależy od stałej h Plancka. W momencie pędu elektronu występuje masa elektronu, zależna od wyrażenia (U.58a), zatem w równaniu (U.57), zamiast stałej h założymy czynnik H_p :

$$(U.59) \quad H_p = h_{01} \gamma, \quad \text{gdzie:}$$

h_{01} stała, określona wyrażeniem (*),

γ wyrażenie (U.58a).

Max Planck wyznaczył wartość h , rozpatrując widmo promieniowania ciała doskonale czarnego i korzystając z wyników obserwacji promieniowania tego ciała na Ziemi.

Ziemia ma bardzo małą szybkość absolutną $V_0 \approx 1,244 \cdot 10^{-4} C_0$ (U.1), zatem stałą h_{01} , dla szybkości absolutnej $V_0 = 0$, obliczymy ze stałej h Plancka, wyznaczonej na Ziemi:

$$h = h_{01} \left(1 / \sqrt{1 - (1,244 \cdot 10^{-4})^2} \right), \quad \text{stad}$$

$$(*) \quad h_{01} \approx h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ J s.}$$

Szybkość absolutna V_{0g} centrum naszej Galaktyki jest mała $V_{0g} \approx 10^{-3} C_0$ (1.131), więc czynnik H_p dla całej naszej Galaktyki określony jest równaniem:

$$H_p \approx h_{01} \left(1 / \sqrt{1 - (10^{-3})^2} \right) \approx h_{01} \left(1 + \frac{1}{2} 10^{-6} \right), \quad \text{zatem można przyjąć:}$$

$$H_p \approx h_{01} \approx 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

Równanie (U.57) dla szybkości absolutnej V_0 atomu, przyjmuje teraz postać:

$$(U.60) \quad \nu_H = \frac{m_{02} e^4}{8 \varepsilon_0^2 H_p^3} \left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

Uwzględnijmy równania (U.58), (U.59) otrzymujemy:

$$(U.61) \quad \nu_H = \frac{m_{01} \gamma e^4}{8 \varepsilon_0^2 (h_{01} \gamma)^3} \left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{k^2} \right) = \frac{m_{01} e^4}{8 \varepsilon_0^2 h_{01}^3 \gamma^2} \left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

Dla szybkości absolutnej $V_0 = 0$ atomu, częstotliwość emitowanego światła wyraża równanie:

$$(U.62) \quad \nu_{0H} = \frac{m_{01} e^4}{8 \varepsilon_0^2 h_{01}^3} \left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{k^2} \right), \quad \text{bo } \gamma = 1$$

Korzystając z równań (U.61), (U.62) otrzymujemy:

$$(U.63) \quad \nu_H = \nu_{0H} \frac{1}{\gamma^2} = \nu_{0H} [1 - (V_0 / C_0)^2], \quad \text{więc}$$

$$\nu_H = \nu_{0H} [1 - (V_0 / C_0)^2]$$

Częstotliwość ν_H linii widmowych atomu wodoru zależy zatem od jego szybkości absolutnej V_0 .

Gdy atom przechodzi ze stanu o energii E_k do stanu o niższej energii E_j , wtedy następuje wypromieniowanie energii:

$$E = E_k - E_j = H_p \nu_H = h_{01} \gamma \nu_{0H} \frac{1}{\gamma^2} = h_{01} \nu_{0H} \frac{1}{\gamma} = h_{01} \nu_{0H} \sqrt{1 - (V_0 / C_0)^2},$$

zatem

$$(U.64) \quad E = h_{01} \nu_{0H} \sqrt{1 - (V_0 / C_0)^2}, \quad \text{gdzie: } \nu_{0H} \text{ zależność (U.62).}$$

$$V_0 \rightarrow C_0 \Rightarrow E \rightarrow 0$$

Z zależności (U.64) wynika również, że atom wypromieniowuje największą ilość energii (kwant energii), gdy jest nieruchomy ($V_0 = 0$) względem układu absolutnego (względem eteru).

Elektron w stanie o najniższej energii (stan podstawowy) znajduje się w odległości r od jądra:

$$(U.65) \quad r = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$$

Po uwzględnieniu (U.58), (U.59) mamy:

$$(U.66) \quad r = \frac{\varepsilon_0 (h_{01} \gamma)^2}{\pi m_{01} \gamma e^2} = \frac{\varepsilon_0 h_{01}^2 \gamma}{\pi m_{01} e^2} = \frac{\varepsilon_0 h_{01}^2}{\pi m_{01} e^2 \sqrt{1 - (V_0 / C_0)^2}}$$

Dla szybkości absolutnej atomu wodoru $V_0 = 0$ otrzymujemy:

$$(U.67) \quad r_0 = \frac{\varepsilon_0 h_{01}^2}{\pi m_{01} e^2} \approx 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Z równań (U.66), (U.67) jest zależność:

$$(U.68) \quad r = \frac{r_0}{\sqrt{1 - (V_0 / C_0)^2}}, \quad V_0 \rightarrow C_0 \Rightarrow r \rightarrow \infty$$

Zatem istnieje taka szybkość absolutna V_0 atomów, powyżej której nie mogą powstawać wiązania chemiczne. Z tego powodu w galaktykach poruszających się z szybkościami absolutnymi, znacznie większymi od szybkości naszej Galaktyki, organizmy żywe nie istnieją.

EFEKT DOPPLERA

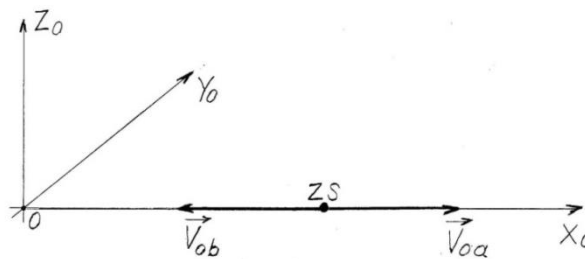
Rozpatrzmy dwa przypadki ruchu źródła światła ZS w układzie wyróżnionym (absolutnym) $OX_0Y_0Z_0$, Rys.Uc1. Wyznamy szybkości absolutne tych ruchów.

Obserwator jest umieszczony w początku układu współrzędnych $OX_0Y_0Z_0$.

Zgodnie z efektem Dopplera, obserwowane częstotliwości linii widmowych poruszającego się atomu z szybkością absolutną V_0 , przez obserwatora nieruchomego w układzie wyróżnionym, wynoszą:

$$(U.69) \quad v_{obs} = v_H \frac{C_0}{C_0 \pm V_0} = v_H \frac{1}{1 \pm V_0 / C_0} \quad , \quad \text{gdzie:}$$

v_{obs} obserwowana częstotliwość linii widmowych,
 v_H częstotliwość linii widmowych poruszającego się atomu (zależność (U.63)),



Rys. Uc1 Układ wyróżniony (absolutny), nieruchomy względem eteru.

Oznaczenie: ZS źródło światła (atomy wodoru).

Prędkości absolutne: $\vec{V}_{0a} = [V_{0a} , 0 , 0]$,

$\vec{V}_{0b} = [-V_{0b} , 0 , 0]$,

Szybkość absolutna V_{0a} jest modułem prędkości \vec{V}_{0a} .

Szybkość absolutna V_{0b} jest modułem prędkości \vec{V}_{0b} .

a) Źródło światła ZS oddala się od obserwatora wzdłuż osi OX_0 z prędkością \vec{V}_{0a} .

Równania (U.63), (U.69) przyjmują teraz postać:

$$(U.70) \quad v_H = v_{0H} [1 - (V_{0a} / C_0)^2]$$

$$(U.71) \quad v_{obs} = v_H \frac{1}{1 + V_{0a} / C_0}$$

Z równań (U.70), (U.71) mamy:

$$(U.72) \quad v_{obs} = v_{0H} \frac{1 - (V_{0a} / C_0)^2}{1 + V_{0a} / C_0} = v_{0H} (1 - V_{0a} / C_0)$$

Długości linii widmowych wynoszą:

$$(U.73) \quad \lambda_{obs} = C_0 / v_{obs} \quad , \quad \lambda_{0H} = C_0 / v_{0H}$$

Gdzie: λ_{obs} obserwowana długość linii widmowych,

λ_{0H} długość linii widmowych, gdy szybkość absolutna atomu $V_0 = 0$.

Względne przesunięcie długości linii widmowych:

$$Z_a = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{0H}}{\lambda_{0H}} \quad . \quad \text{Po uwzględnieniu zależności (U.73) otrzymujemy:}$$

$$Z_a = \left(\frac{C_0}{v_{obs}} - \frac{C_0}{v_{0H}} \right) \frac{v_{0H}}{C_0} \quad , \quad \text{stąd} \quad Z_a = \frac{v_{0H}}{v_{obs}} - 1$$

Uwzględniając (U.72) mamy: $Z_a = \frac{1}{1 - V_{0a} / C_0} - 1$. Stąd otrzymujemy ostatecznie

szybkość V_{0a} :

$$(U.74) \quad V_{0a} = C_0 \frac{Z_a}{Z_a + 1} \quad , \quad \text{gdzie:} \quad Z_a \geq 0 \quad , \quad \text{Rys. Uc2}$$

$$Z_a \rightarrow \infty \Rightarrow V_{0a} \rightarrow C_0$$

b) Źródło światła zbliża się do obserwatora wzdłuż osi OX_0 z prędkością \vec{V}_{0b} .

Równania (U.63), (U.69) przyjmują teraz postać:

$$(U.75) \quad v_H = v_{0H} [1 - (V_{0b}/C_0)^2]$$

$$(U.76) \quad v_{obs} = v_H \frac{1}{1 - V_{0b}/C_0}$$

Z równań (U.75), (U.76) mamy:

$$(U.77) \quad v_{obs} = v_{0H} \frac{1 - (V_{0b}/C_0)^2}{1 - V_{0b}/C_0} = v_{0H} (1 + V_{0b}/C_0)$$

Względne przesunięcie długości linii widmowych:

$$Z_b = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{0H}}{\lambda_{0H}} . \quad \text{Po uwzględnieniu zależności (U.73) otrzymujemy:}$$

$$Z_b = \left(\frac{C_0}{v_{obs}} - \frac{C_0}{v_{0H}} \right) \frac{v_{0H}}{C_0} , \quad \text{stąd} \quad Z_b = \frac{v_{0H}}{v_{obs}} - 1$$

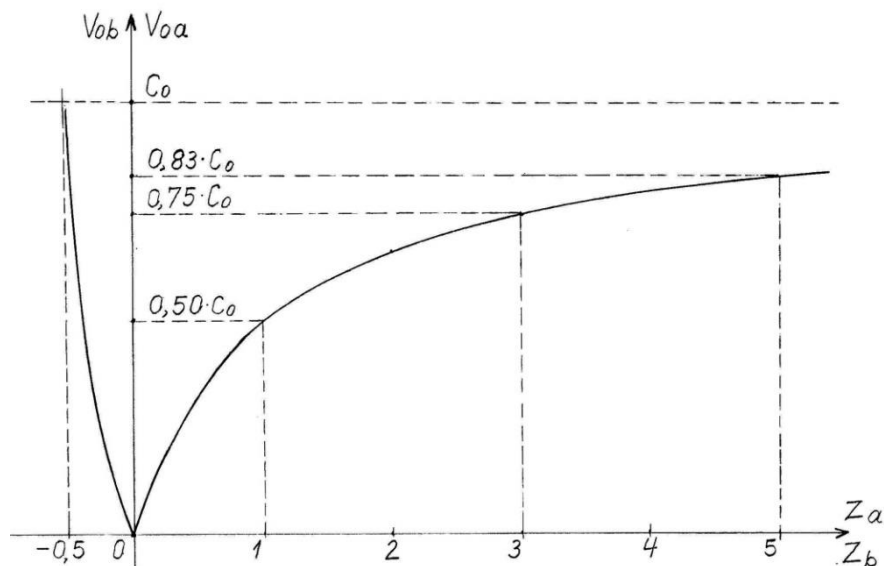
Uwzględniając (U.77) mamy:

$$Z_b = \frac{1}{1 + V_{0b}/C_0} - 1 . \quad \text{Stąd dostajemy ostatecznie szybkość } V_{0b} :$$

$$(U.78) \quad V_{0b} = C_0 \frac{-Z_b}{Z_b + 1} , \quad \text{gdzie: } -0,5 < Z_b \leq 0 , \quad \text{Rys. Uc2}$$

$$Z_b \rightarrow -0,5 \Rightarrow V_{0b} \rightarrow C_0 .$$

Szybkość Ziemi względem eteru, względem układu wyróżnionego (absolutnego), jest bardzo mała (ok. $1,244 \cdot 10^{-4} C_0$), zatem wyznaczone szybkości absolutne źródeł ZS światła (U.74), (U.78) dotyczą również obserwatora umieszczonego na powierzchni Ziemi.



Rys. Uc2 Szybkości absolutne V_{0a} , V_{0b} źródeł światła ZS (atomy wodoru).

Względne przesunięcia Z_a , Z_b długości linii widmowych atomu.

$$V_{0a} = C_0 \frac{Z_a}{Z_a + 1} , \quad Z_a \geq 0 , \quad Z_a \rightarrow \infty \Rightarrow V_{0a} \rightarrow C_0 .$$

$$V_{0b} = C_0 \frac{-Z_b}{Z_b + 1} , \quad -0,5 < Z_b \leq 0 , \quad Z_b \rightarrow -0,5 \Rightarrow V_{0b} \rightarrow C_0 .$$

Szybkości absolutne V_{0a} , V_{0b} atomów w odległych galaktykach, mogą być zbliżone do szybkości światła C_0 .

Obserwowana długość λ_{obs} linii widmowych atomów wodoru wyrażona jest zależnością (U.73):

$\lambda_{obs} = C_0 / \nu_{obs}$. Uwzględniając zależność (U.72) otrzymujemy:

$$\lambda_{obs} = \frac{C_0}{\nu_{0H}(1 - V_{0a}/C_0)} = \frac{\lambda_{0H}}{1 - V_{0a}/C_0}, \quad \text{stad} \quad \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{0H}} = \frac{1}{1 - V_{0a}/C_0},$$

gdzie $\lambda_{0H} = C_0 / \nu_{0H}$ jest długością linii widmowych atomów nieruchomych ($V_0 = 0$) względem układu absolutnego, zależność (U.73).

Zatem $V_{0a} \rightarrow C_0 \Rightarrow \lambda_{obs}/\lambda_{0H} \rightarrow \infty$.

Przykład: Jeżeli $V_{0a}/C_0 = 0,98$, wtedy $\lambda_{obs}/\lambda_{0H} = 50$.

Zatem istnieje taka szybkość absolutna V_{0a} oddalających się atomów od obserwatora, powyżej której nie obserwuje się już linii widmowych atomów, lub ich obserwacja jest niemożliwa obecnie, ze względów technicznych. Atomy te stanowią niewidoczną (ciemną) materię.

Uwzględniając zależność (U.77) mamy:

$$\lambda_{obs} = \frac{C_0}{\nu_{obs}} = \frac{C_0}{\nu_{0H}(1 + V_{0b}/C_0)} = \frac{\lambda_{0H}}{1 + V_{0b}/C_0},$$

$$V_{0b} \rightarrow C_0 \Rightarrow \lambda_{obs} \rightarrow \frac{\lambda_{0H}}{2}$$

Zatem linie widmowe atomów, zbliżających się do obserwatora, są widoczne przy każdej szybkości absolutnej V_{0b} .

U.IX ETÉR

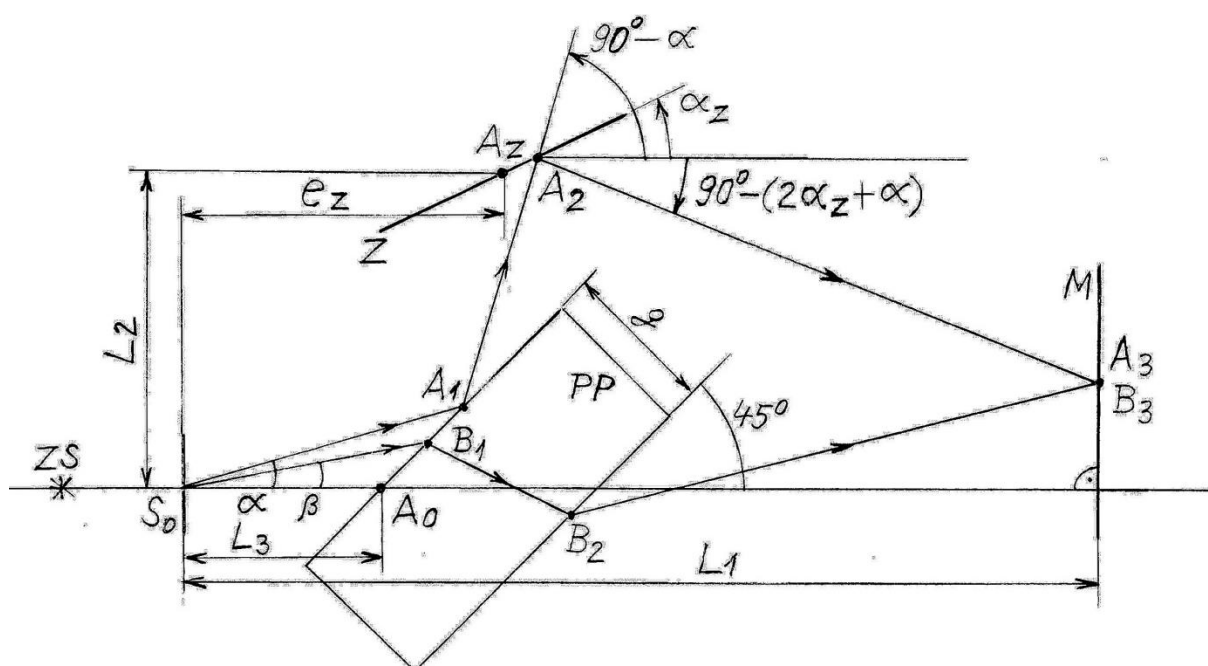
W pracy autorzy nie definiują eteru. Założone zostało w niej istnienie statycznego ośrodka, wypełniającego całą trójwymiarową przestrzeń kosmiczną i ten ośrodek nazwany został, ze względów historycznych, eterem. Autorzy nie utożsamiają go z **eterem**, określanym przez fizyków w XIX wieku. Zdefiniowanie eteru wymaga badań.

Założony został (wprowadzony) układ odniesienia, nieruchomy względem wymienionego ośrodka i wykazane zostało istnienie tego układu, a tym samym istnienie ośrodka (eteru). Układ ten jest układem inercjalnym, wyróżnionym, absolutnym. Względem układu absolutnego wyznacza się prędkości i szybkości absolutne. Szybkość światła w próżni, względem układu absolutnego (względem eteru), wynosi ' C_0 ' i jest jednakowa we wszystkich kierunkach.

Próżnia jest przestrzenią wypełnioną eterem, bez cząstek materialnych. Zatem nie istnieje ' nicość ' , bo jest wszechobecny eter, stanowiący jedność z przestrzenią.

U.X INTERFERONETR DO WYKAZANIA RUCHU ZIEMI WZGLĘDEM ETERU

Wykazanie ruchu Ziemi względem układu wyróżnionego (eteru) przy użyciu interferometru, umożliwia interferometr pokazany na Rys.Ud1.



Rys.Ud1 Schemat interferometru i bieg promieni światła w interferometrze.

OZNACZENIA:

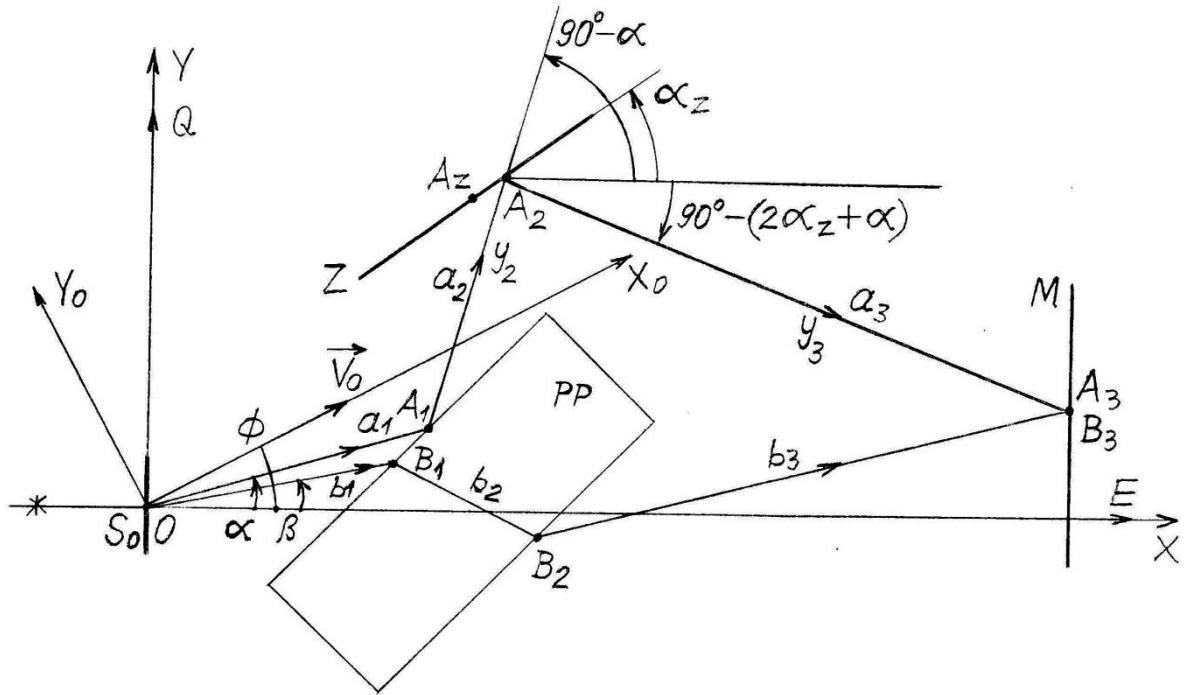
ZS	źródło światła,	S_0	szczelina,
Z	z zwierciadło,	M	ekran,
PP	półprzeźroczysta płytką,		
A_1, A_2, A_3	punkty, do których kolejno dobiegł promień światła po wyjściu ze szczeliny S_0 pod kątem α ,		
B_1, B_2, B_3	punkty, do których kolejno dobiegł promień światła po wyjściu ze szczeliny S_0 pod kątem β ,		
$A_z(e_z, L_2)$	punkt w środku długości zwierciadła Z.		

Do obliczeń przyjęto: $L_1 = L_3 + 1,2 \text{ m}$, $L_2 = 0,8 \text{ m}$, $L_3 = 0,14 \text{ m}$, $e_z = 0,15 \text{ m}$,
 $g = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ grubość półprzeźroczystej płytki,
 $\alpha_z = 25^0$ nachylenie zwierciadła Z do ramienia L_1 ,
 $\lambda_0 = 5,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ długość fali źródła światła,
 $n_2 = 1,52$ współczynnik załamania płytki PP względem próżni.

Obliczenia przesunięć prążków interferencyjnych wykonane zostały przy użyciu programu komputerowego abIn (Rozdział IV).

Długości odcinków a_1, b_1, b_2, b_3 oraz współrzędne punktów A_1, B_1, B_2, B_3 (Rys.Ud2) wyznaczone są w modelu matematycznym interferometru Michelsona (Rozdział I).

Wyznamy teraz długości odcinków a_2, a_3 oraz współrzędne punktów A_2, A_3 .



Rys.Ud2 Bieg promieni światła od wyjścia ze szczeliny S_0 pod kątami α, β do punktów A_3, B_3 ekranu M .

Równanie linii prostej zwierciadła Z :

$$(U.79) \quad y = \operatorname{tg} \alpha_z x + L_2 + t V_0 \sin \Phi - \operatorname{tg} \alpha_z (e_z + t V_0 \cos \Phi)$$

Równanie linii prostej y_2 , przechodzącej przez punkt $A_1(x_{a1}, y_{a1})$:

$$(U.80) \quad y_2 = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) x + y_{a1} - \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) x_{a1}$$

Linie (U.79), (U.80) przechodzą przez punkt $A_2(x_{a2}, y_{a2})$, zatem uwzględnivszy

$t = (a_1 + a_2)/C_0$ oraz $V_0/C_0 = V_w$, możemy napisać:

$$(U.81) \quad y_{a2} = \operatorname{tg} \alpha_z x_{a2} + L_2 + (a_1 + a_2) V_w \sin \Phi - \operatorname{tg} \alpha_z [e_z + (a_1 + a_2) V_w \cos \Phi]$$

$$(U.82) \quad y_{a2} = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) x_{a2} + y_{a1} - \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) x_{a1}$$

Zachodzi zależność:

$$(U.83) \quad x_{a2} = x_{a1} + a_2 \sin \alpha$$

Z równań (U.81), (U.82), (U.83) obliczymy długość odcinka a_2 :

$$(U.84) \quad a_2 = \frac{y_{a1} - L_2 - a_1 V_w \sin \Phi + \operatorname{tg} \alpha_z (e_z - x_{a1} + a_1 V_w \cos \Phi)}{\operatorname{tg} \alpha_z (\sin \alpha - V_w \cos \Phi) + V_w \sin \Phi - \cos \alpha}, \quad \text{zatem}$$

współrzędną x_{a2} punktu A_2 otrzymujemy z równania (U.83).

Współrzędną y_{a2} punktu A_2 wyznaczmy z równania (U.82):

$$(U.85) \quad y_{a2} = \operatorname{ctg} \alpha (x_{a2} - x_{a1}) + y_{a1}$$

Równanie linii prostej y_3 , przechodzącej przez punkt $A_2(x_{a2}, y_{a2})$:

$$(U.86) \quad y_3 = -\operatorname{tg}[90^\circ - (2\alpha_z + \alpha)] x + y_{a2} + \operatorname{tg}[90^\circ - (2\alpha_z + \alpha)] x_{a2}$$

Równanie linii prostej ekranu M :

$$(U.87) \quad x = L_1 + t V_0 \cos \Phi$$

Linie (U.86), (U.87) przechodzą przez punkt $A_3(x_{a3}, y_{a3})$, zatem uwzględnivszy

$t = (a_1 + a_2 + a_3)/C_0$ oraz $V_0/C_0 = V_w$, możemy napisać:

$$(U.88) \quad y_{a3} = -\operatorname{ctg}(2\alpha_z + \alpha) x_{a3} + y_{a2} + \operatorname{ctg}(2\alpha_z + \alpha) x_{a2}$$

$$(U.89) \quad x_{a3} = L_1 + (a_1 + a_2 + a_3) V_w \cos \Phi$$

Zachodzi zależność:

$$(U.90) \quad y_{a3} = y_{a2} - a_3 \sin[90^\circ - (2\alpha_z + \alpha)]$$

Z równań (U.88), (U.89), (U.90) otrzymujemy długość odcinka a_3 :

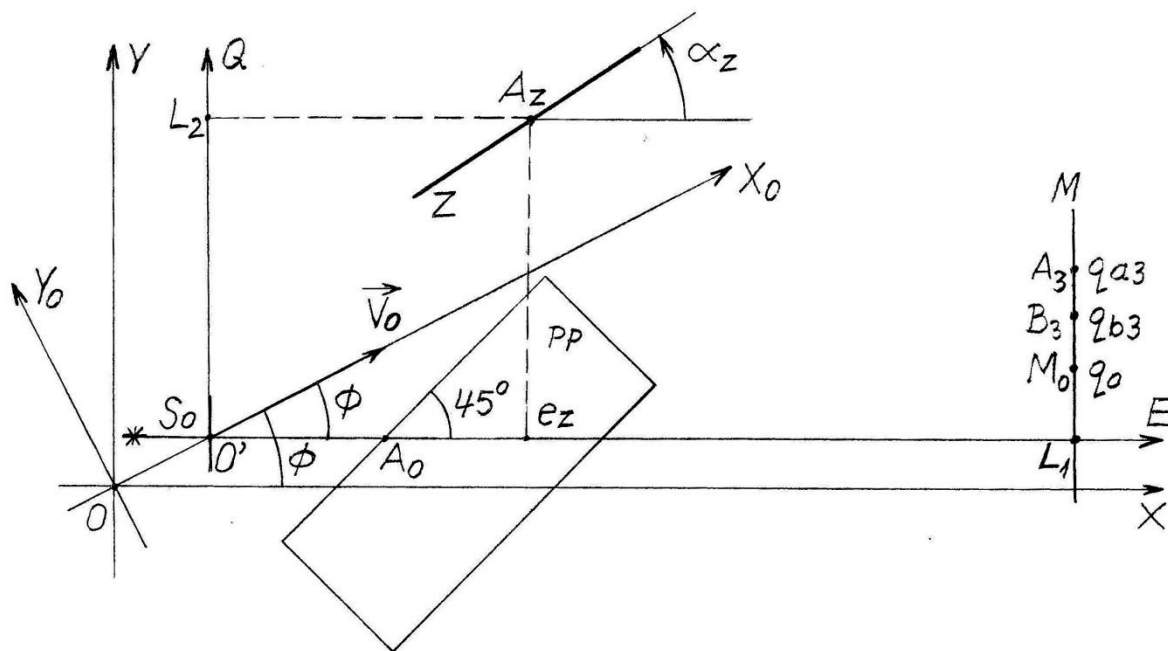
$$(U.91) \quad a_3 = \frac{\operatorname{ctg}(2\alpha_z + \alpha) [x_{a2} - L_1 - (a_1 + a_2) V_w \cos\Phi]}{\operatorname{ctg}(2\alpha_z + \alpha) V_w \cos\Phi - \cos(2\alpha_z + \alpha)}, \quad \text{zatem}$$

współrzędną x_{a3} punktu A_3 otrzymujemy z równania (U.89).

Współrzędną y_{a3} punktu A_3 wyznaczmy z równania (U.90):

$$(U.92) \quad y_{a3} = y_{a2} - a_3 \cos(2\alpha_z + \alpha)$$

UKŁAD WSPÓLRZĘDNYCH O'EQ:



Rys.Ud3 Punkty A_3 , B_3 ekranu M i ich współrzędne q_{a3} , q_{b3} , do których dobiegły promienie światła, po wyjściu ze szczeliny S_0 pod kątami α , β .

Współrzędne punktów A_1 , A_2 , A_3 określone są równaniami (1.79),..., (1.84).

Współrzędne punktów B_1 , B_2 , B_3 określone są równaniami (1.89),..., (1.94).

Całkowita, względna różnica dróg promieni światła wynosi:

$$(U.93) \quad R_w = (a_{1u} + a_{2u} + a_{3u} - b_{1u} - n_2 b_{2u} - b_{3u}) / \lambda_0, \quad \text{gdzie:}$$

$$a_{1u}, a_{2u}, a_{3u} \quad \text{zależności (1.99), (1.100), (1.101),}$$

$$b_{1u}, b_{2u}, b_{3u} \quad \text{zależności (1.104), (1.105), (1.106).}$$

Względem punktu M_0 ekranu M o współrzędnej q_0 wyznacza się przesunięcia prążków interferencyjnych.

W obliczeniach – względne zbliżenie punktów A_3 , B_3 do punktu M_0 (Rys.Ud3) określone jest nierównościami współrzędnych:

$$|q_{a3} - q_0| / \lambda_0 < 10^{-7}, \quad |q_{b3} - q_0| / \lambda_0 < 10^{-7}$$

Do obliczeń przyjęto $q_0 = 0,0314 \text{ m}$.

Wartość przesunięcia prążków interferencyjnych względem punktu M_0 w zależności od kąta Φ_2 i przyjętej wartości V_w określa zależność (1.113).

W Tabelach 1U, 2U podano wartości przesunięć prążków interferencyjnych w interferometrze – Rys.Ud1 oraz w interferometrze Michelsona.

Φ_1	α_1 β_1	R_{w1}	Interferometr Rys.Ud1
<i>rad</i>	<i>rad</i>	–	
0	$7,9272859700 \cdot 10^{-2}$ $2,3752096417 \cdot 10^{-2}$	1714978,275369	
Φ_2	α_2 β_2	R_{w2}	$k = R_{w2} - R_{w1}$
<i>rad</i>	<i>rad</i>	–	–
$\pi/4$	$7,9293210486 \cdot 10^{-2}$ $2,3840956517 \cdot 10^{-2}$	1714978,273784	$-1,585 \cdot 10^{-3}$
$\pi/2$	$7,9251864917 \cdot 10^{-2}$ $2,3879467438 \cdot 10^{-2}$	1714978,278831	$3,462 \cdot 10^{-3}$
$-\pi/4$	$7,9202736003 \cdot 10^{-2}$ $2,3664940169 \cdot 10^{-2}$	1714978,280410	$5,041 \cdot 10^{-3}$
$-\pi/2$	$7,9123925013 \cdot 10^{-2}$ $2,3630542726 \cdot 10^{-2}$	1714978,278820	$3,451 \cdot 10^{-3}$

TABELA 1U Wartości przesunięć prążków interferencyjnych w interferometrze –Rys.Ud1 przy względnej szybkości Ziemi $V_w = 1,244 \cdot 10^{-4}$.

Φ_1	α_1 β_1	R_{w1}	Interferometr Michelsona Rys.1
<i>rad</i>	<i>rad</i>	–	
0	$4,0632221297 \cdot 10^{-3}$ $3,6009713906 \cdot 10^{-3}$	3002,1315414	
Φ_2	α_2 β_2	R_{w2}	$k = R_{w2} - R_{w1}$
<i>rad</i>	<i>rad</i>	–	–
$\pi/4$	$4,0334363765 \cdot 10^{-3}$ $3,6838569584 \cdot 10^{-3}$	3002,1311184	$-4,23 \cdot 10^{-4}$
$\pi/2$	$3,9520933235 \cdot 10^{-3}$ $3,7151890224 \cdot 10^{-2}$	3002,1314894	$-5,20 \cdot 10^{-5}$
$-\pi/4$	$4,0240046661 \cdot 10^{-3}$ $3,5150847874 \cdot 10^{-3}$	3002,1318969	$3,55 \cdot 10^{-4}$
$-\pi/2$	$3,9387581529 \cdot 10^{-3}$ $3,4765066075 \cdot 10^{-3}$	3002,1314913	$-5,01 \cdot 10^{-5}$

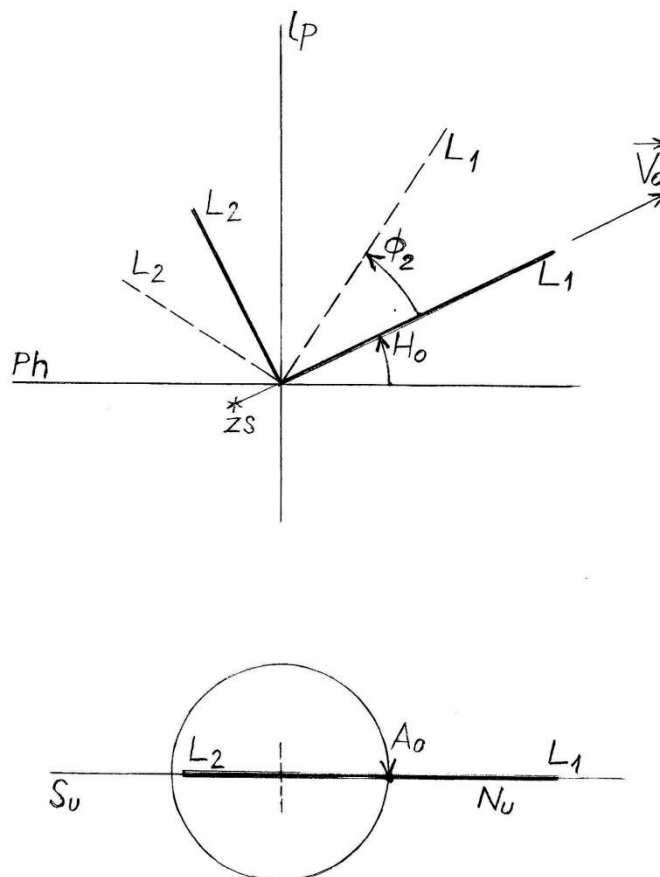
TABELA 2U Wartości przesunięć prążków interferencyjnych w interferometrze Michelsona (Rys.1) przy względnej szybkości Ziemi $V_w = 1,244 \cdot 10^{-4}$.

Wartości przesunięć prążków interferencyjnych w interferometrze–Rys.Ud1 są większe od wartości przesunięć prążków w interferometrze Michelsona.

$$5.041 \cdot 10^{-3} / | -4.23 \cdot 10^{-4} | \approx 12 \quad (\text{Tabele 1U, 2U}).$$

PRZEPROWADZANIE POMIARU:

Konstrukcja nośna interferometru powinna zapewnić ustawianie interferometru względem jego prędkości absolutnej \vec{V}_0 (Rys.Ud4).



Rys. Ud4 Ustawienia interferometru względem prędkości \vec{V}_0 .
Schemat ideowy.

OZNACZENIA:

- L_1, L_2 ramiona interferometru,
- lp linia pionu,
- ph płaszczyzna horyzontu (jej rzut),
- $N_u S_u$ linia północ-południe,
- \vec{V}_0 prędkość absolutna \vec{V}_{01} (2.1) interferometru, lub prędkość absolutna \vec{V}_{02} (2.2),
- A_0 azymut A_{01} (2.62) prędkości \vec{V}_{01} w zakresie kątów od 0^0 do 360^0 , lub azymut A_{02} (2.69) prędkości \vec{V}_{02} w tym samym zakresie kątów,
- H_0 wysokość H_{01} (2.60) prędkości \vec{V}_{01} w zakresie kątów od 0^0 do 180^0 oraz w zakresie od 0^0 do -180^0 , lub wysokość H_{02} (2.67) prędkości \vec{V}_{02} w tych samych zakresach kątów,
- Φ_2 kąt zawarty między prędkością \vec{V}_0 i ramieniem L_1 interferometru w zakresie kątów od 0^0 do 180^0 oraz w zakresie od 0^0 do -180^0 .

Do obliczania wartości kątów A_0 , H_0 służy program komputerowy Vo1Vo2 (Rozdział IV). Program ten pozwala obliczać wartości kątów A_0 , H_0 dla dowolnego miejsca na kuli ziemskiej i dla dowolnego czasu UT (przykład na stronie 46).

Na skutek ruchu obrotowego i orbitalnego Ziemi, kąty A_0 , H_0 ulegają ciągłym zmianom. Z tego powodu, po obliczeniu wartości tych kątów i ustawieniu interferometru pod tymi kątami względem linii $N_u S_u$ oraz płaszczyzny ph , zmienianie kąta Φ_2 i obserwacja przesunięć k prążków interferencyjnych ograniczona jest do kilku minut.

GRUBOŚCI PÓŁPRZEZROCZYSTEJ PŁYTKI I PRZESUNIĘCIA PRAŻKÓW INTERFERENCYJNYCH W INTERFEROMETRZE.:

	Φ_2	g	k
	<i>rad</i>	<i>m</i>	-
Interferometr Rys.Ud1	$-\pi/4$	$0,2 \cdot 10^{-3}$	$5,032 \cdot 10^{-3}$
		$5 \cdot 10^{-3}$	$5,043 \cdot 10^{-3}$
		10^{-2}	$5,051 \cdot 10^{-3}$
		$2 \cdot 10^{-2}$	$5,072 \cdot 10^{-3}$

TABELA 3U Wartości k przesunięć prążków interferencyjnych dla różnych grubości g półprzezroczystej płytki PP przy $V_w = 1,244 \cdot 10^{-4}$.

Grubość g półprzezroczystej płytki PP ma mały wpływ na wartość k przesunięcia prążków interferencyjnych (Tabela 3U).

OZNACZENIA

\vec{C}_o	Prędkość światła w próżni względem eteru,
C_o	szybkość światła w próżni względem eteru,
C	szybkość światła w próżni względem układu inercjalnego (układ 2),
C_p	szybkość światła w półprzeźroczystej płytce PP względem eteru,
\vec{V}_o	prędkość absolutna interferometru, prędkość absolutna układu 2 (O'EQW),
V_o	szybkość absolutna interferometru, szybkość absolutna układu 2 (O'EQW),
$V_w = V_o / C_o$	szybkość absolutna interferometru, wyrażona względem szybkości światła C_o ,
λ_o	długość fali światła w próżni,
λ_p	długość fali światła w półprzeźroczystej płytce PP,
n_2	współczynnik załamania półprzeźroczystej płytki PP względem próżni,
α, β	kąty pod którymi promienie światła wybiegają ze szczeliny S_0 ,
γ_1, γ_2	kąty załamania promieni światła w półprzeźroczystej płytce,
Φ	kąt zawarty między osiami OX_o , OX i również kąt ustawienia interferometru, względem prędkości absolutnej \vec{V}_o interferometru,
t_{a1}, \dots, t_{a5}	czasy w których promień światła dobiegł kolejno do punktów A_1, \dots, A_5 po wyjściu ze szczeliny S_0 ,
t_{b1}, \dots, t_{b5}	czasy w których promień światła dobiegł kolejno do punktów B_1, \dots, B_5 po wyjściu ze szczeliny S_0 ,
a_1, \dots, a_5	odległości między sąsiednimi punktami S_0, A_1, \dots, A_5 w układzie OXY,
b_1, \dots, b_5	odległości między sąsiednimi punktami S_0, B_1, \dots, B_5 w układzie OXY,
a_{1u}, \dots, a_{5u}	odległości między sąsiednimi punktami S_0, A_1, \dots, A_5 w układzie O'EQ,
b_{1u}, \dots, b_{5u}	odległości między sąsiednimi punktami S_0, B_1, \dots, B_5 w układzie O'EQ,
e_{a5}	współrzędna punktu A_5 ekranu M, do którego dobiegł promień światła, po wyjściu ze szczeliny S_0 pod kątem α ,
e_{b5}	współrzędna punktu B_5 ekranu M, do którego dobiegł promień światła, po wyjściu ze szczeliny S_0 pod kątem β ,
M_o	dowolny punkt ekranu M (kreska w teleskopie), względem którego wyznacza się przesunięcie prążków interferencyjnych,
e_o	współrzędna punktu M_o ekranu M w układzie O'EQ,
$R_w = \Delta l / \lambda_o$	względna różnica dróg promieni światła, dobiegających do jednego punktu ekranu M w układzie O'EQ,
k	wartość przesunięcia prążków interferencyjnych,
$R_{rw} = \Delta l / \lambda_o$	względna różnica dróg promieni światła, dobiegających do wzajemnie odległych punktów ekranu M w układzie O'EQ,
K_r	różnica względnych różnic dróg R_{rw} ,
\vec{V}_r	prędkość obwodowa punktu powierzchni Ziemi, w którym umieszczony jest Interferometr (obserwator),
V_r	szybkość obwodowa punktu powierzchni Ziemi, w którym umieszczony jest Interferometr (obserwator),

\vec{V}_{zs}	prędkość środka Ziemi wokół Słońca,
V_{zs}	szybkość środka Ziemi wokół Słońca,
\vec{V}_{ze}	prędkość środka Ziemi względem eteru,
V_{ze}	szybkość środka Ziemi względem eteru,
\vec{V}_{se}	prędkość środka Słońca względem eteru,
V_{se}	szybkość środka Słońca względem eteru,
\vec{V}_{sg}	prędkość środka Słońca wokół środka naszej Galaktyki,
V_{sg}	szybkość środka Słońca wokół środka naszej Galaktyki,
\vec{V}_{ge}	prędkość środka naszej Galaktyki względem eteru,
V_{ge}	szybkość środka naszej Galaktyki względem eteru,
N	punkt północny horyzontu,
S	punkt południowy horyzontu,
P_N	biegun północny,
P_S	biegun południowy,
Linia $N_u S_u$	linia przecięcia się płaszczyzny horyzontu, przechodzącej przez punkt $U(\varphi, \lambda)$, z płaszczyzną południka niebieskiego obserwatora,
ω	szybkość kątowna obrotu Ziemi,
ε	nachylenie ekliptyki do równika niebieskiego,
p	roczna precesja w ekliptyce (w długości),
v	anomalia prawdziwa,
r	promień wodzący,
a	średnia odległość Ziemi od Słońca,
b	mała półoś orbity Ziemi,
T_{rg}	rok gwiazdowy,
T_{rz}	rok zwrotnikowy,
T_z	czas trwania zimy astronomicznej,
$\vec{V}_{01}, \vec{V}_{02}$	prędkości absolutne interferometru w układzie horyzontalnym,
	$\vec{V}_o = \vec{V}_{01}$ lub $\vec{V}_o = \vec{V}_{02}$,
α_s	rektascensja Słońca,
α_{se}	rektascensja prędkości \vec{V}_{se} ,
α_{sel}	rektascensja prędkości $\vec{V}_{sel} = -\vec{V}_{se}$,
α_{zs}	rektascensja prędkości \vec{V}_{zs} ,
GHA_{zs}	gryniczowski kąt godzinny prędkości \vec{V}_{zs} ,
GHA_s	gryniczowski kąt godzinny Słońca,
GHAaries	gryniczowski kąt godzinny punktu Barana.
LHA_{zs}	miejscowy kąt godzinny prędkości \vec{V}_{zs} ,
LHA_{se}	miejscowy kąt godzinny prędkości \vec{V}_{se} ,
LHA_{sel}	miejscowy kąt godzinny prędkości $\vec{V}_{sel} = -\vec{V}_{se}$.
δ_{zs}	deklinacja prędkości \vec{V}_{zs} ,
δ_{se}	deklinacja prędkości \vec{V}_{se} ,

δ_{se1}	deklinacja prędkości $\vec{V}_{se1} = -\vec{V}_{se}$,
H_{zs}	wysokość prędkości \vec{V}_{zs} ,
H_{se}	wysokość prędkości \vec{V}_{se} ,
H_{se1}	wysokość prędkości $\vec{V}_{se1} = -\vec{V}_{se}$,
H_{01}	wysokość prędkości \vec{V}_{01} ,
H_{02}	wysokość prędkości \vec{V}_{02} ,
A_{zs}	azymut prędkości \vec{V}_{zs} ,
A_{se}	azymut prędkości \vec{V}_{se} ,
A_{se1}	azymut prędkości $\vec{V}_{se1} = -\vec{V}_{se}$,
A_{01}	azymut prędkości \vec{V}_{01} ,
A_{02}	azymut prędkości \vec{V}_{02} ,
$U(\varphi, \lambda)$	punkt U o współrzędnych geograficznych φ, λ , w którym został umieszczony interferometr (obserwator),
m_{01}, m_{02}	masy spoczynkowe cząstki w układach 1 i 2 (Rys.10),
m_1, m_2	masy poruszającej się cząstki w układach 1 i 2,
\vec{F}_1, \vec{F}_2	siły działające na cząstkę w układach 1 i 2,
\vec{V}_1, \vec{V}_2	prędkości cząstki w układach 1 i 2,
τ_1, τ_2	średni czas życia (istnienia) cząstek nietrwałych w układach 1 i 2,
ω_{A1}, ω_{A2}	częstości drgań atomów w układach 1 i 2,
ω_1, ω_2	szybkości kątowe obrotu Ziemi w układach 1 i 2,
J_1, J_2	momenty bezwładności Ziemi w układach 1 i 2,
$\Delta\tau_1, \Delta\tau_2$	czasy mierzone przez zegary atomowe w układach 1 i 2,
T_1, T_2	doby gwiazdowe Ziemi w układach 1 i 2,
$\Delta\tau_{2(T1)}$	czas zmierzony przez zegar atomowy w układzie 2, gdy $\Delta\tau_1 = T_1$,
R_T	różnica czasów $T_2 - \Delta\tau_{2(T1)}$,
ZA_a, ZA_b	zegary atomowe umieszczone na równoleżniku Ziemi,
ZA_p	zegar atomowy umieszczony na biegunie południowym Ziemi,
V_{ra}, V_{rb}	szybkości zegarów ZA_a, ZA_b na równoleżniku Ziemi,
V_{0ra}, V_{0rb}	szybkości absolutne zegarów ZA_a, ZA_b .
V_{0p}	szybkość absolutna zegara ZA_p ,
$\Delta\tau_{2ra}, \Delta\tau_{2rb}$	czasy mierzone przez zegary ZA_a, ZA_b umieszczone na równoleżniku Ziemi,
$\Delta\tau_{2p}$	czas mierzony przez zegar ZA_p umieszczony na biegunie południowym,
$R_{pa(T/2)}$	wartość bezwzględna różnicy czasów zmierzonych przez zegary atomowe ZA_a, ZA_p w czasie pół doby gwiazdowej od chwili ich synchronizacji,
$R_{ba(T/2)}$	wartość bezwzględna różnicy czasów zmierzonych przez zegary atomowe ZA_a, ZA_b w czasie pół doby gwiazdowej od chwili ich synchronizacji.
T_{syn}	Czas UT synchronizacji zegarów atomowych.

SPIS LITERATURY

- [1] Wróblewski A.K., Zakrzewski J.A.: Wstęp do fizyki. T.I. PWN. Warszawa 1984.
- [2] Holliday D. , Resnick R.: Fizyka. T.II. Wydanie VII. PWN. Warszawa 1984.
- [3] Katz R.: Wstęp do szczególnej teorii względności. Tytuł oryginału: An Introduction to the Special Theory of Relativity. PWN. Zakłady Graficzne w Poznaniu 1967.
- [4] Frisz S. , Timoriewa A.: Kurs fizyki. T.III . PWN. Warszawa 1959.
- [5] Fizyka . Ilustrowana encyklopedia dla wszystkich . W N-T. Warszawa 1991.
- [6] Rybka E.: Astronomia Ogólna. Wydanie VII. PWN. Warszawa 1983.
- [7] Kreiner J.M.: Astronomia z Astrofizyką .PWN. Warszawa 1988.
- [8] Siłka S., Skoczeń S.: Astronawigacja Żeglarska. Wydawnictwo Sport i Turystyka. Warszawa 1982.
- [9] Alicja Halina Rzeszótko: Rozprawa doktorska przygotowana w Zakładzie Geodezji Planetarnej Centrum Badań Kosmicznych PAN „Analiza czasowo-częstotliwościowa nieregularnych zmian parametrów orientacji przestrzennej Ziemi”. Warszawa 2009.